



U N I K A S S E L
V E R S I T Ä T



**Kompetenzstufenmodell zu den Bildungsstandards
für den Hauptschulabschluss und den Mittleren Schulabschluss
im Fach Mathematik
(Vorbehaltlich redaktioneller Änderungen)**

Stand 15. Februar 2012

Überblick

Mit den Beschlüssen von 2003 und 2004 hat die Kultusministerkonferenz (KMK) verbindliche länderübergreifende Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss (MSA) und den Hauptschulabschluss (HSA) im Fach Mathematik verabschiedet. Damit gelten diese Bildungsstandards in allen Bundesländern und legen fest, welche Ziele bis zum Ende der Sekundarstufe I zu erreichen sind.

Entsprechend der Gesamtstrategie der Kultusministerkonferenz zum Bildungsmonitoring (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 02.06.2006) ist künftig vorgesehen, dass Testverfahren zur Überprüfung der Bildungsstandards durch stichprobenbasierte Ländervergleiche unter der Ägide des IQB in der 9. Jahrgangsstufe durchgeführt werden. Dabei ergibt sich durch die Anbindung an die PISA-Studie ein Dreijahresrhythmus, bei dem alternierend die Sprachen auf der einen Seite und Mathematik und die Naturwissenschaften auf der anderen Seite überprüft werden. Für die Mathematik wird der erste Ländervergleich im Jahr 2012 durchgeführt, der nächste Ländervergleich im Jahr 2018 usw. Darüber hinaus werden in der Sekundarstufe I in der 8. Jahrgangsstufe flächendeckende Vergleichsarbeiten („VERA 8“) durchgeführt, die der landesweiten, jahrgangsbezogenen Untersuchung des Leistungsstands aller Schulen und Klassen dienen. Die Ergebnisse der zentralen Ländervergleiche und die der Vergleichsarbeiten können für die gezielte Förderung der untersuchten Klassen genutzt werden.

Die Bildungsstandards beschreiben die fachbezogenen *Kompetenzen*, die Schülerinnen und Schüler bis zu gewissen Abschnitten ihrer Schullaufbahn erworben haben sollen. Es handelt sich dabei in der Substanz um *Leistungsstandards* (also keine *Unterrichtsstandards*). Kompetenzen sind kognitive Fähigkeiten und Fertigkeiten, die nur in Auseinandersetzung mit substantiellen Fachinhalten erworben werden können. Dementsprechend legen Bildungsstandards auch verbindliche *Kerninhalte* fest. Konkretisiert werden Kompetenzen durch *Aufgaben*, zu deren Lösung diese Kompetenzen benötigt werden. Gleichzeitig können solche kompetenzorientierte Aufgaben dazu dienen zu überprüfen, inwieweit Schüler über diese Kompetenzen verfügen.

Im Sinne der eben genannten Aspekte haben Bildungsstandards drei Ziele:

- Sie dienen der Orientierung aller Beteiligten (vor allem der Lehrkräfte, aber auch der Eltern und der Schüler selbst) über verbindliche Zielerwartungen.

- Sie bilden die Basis für Assessments (Leistungsüberprüfungen), nicht zuletzt um rechtzeitig konkrete Maßnahmen einleiten zu können, wenn Defizite erkannt werden.
- In ihrer Entwicklungsfunktion unterstützen die Bildungsstandards einen Unterricht, der sich nicht allein auf die Aneignung von Kenntnissen und Fertigkeiten konzentriert, sondern vielmehr auf die Entwicklung eines gesicherten Verständnisses mathematischer Inhalte.

Letztlich ist das Ziel der Einführung von Standards, die Qualität des Unterrichts zu steigern und dadurch die Leistungen und Einstellungen der Schülerinnen und Schüler zu verbessern. Unterricht ist dann „standardorientiert“, wenn er Schülerinnen und Schülern durch eine fachlich gehaltvolle und kognitiv herausfordernde Gestaltung vielfältige Gelegenheiten bietet, die geforderten Kompetenzen zu erwerben. Standards erfordern eine Unterrichtskultur, welche die eigene Tätigkeit der Schülerinnen und Schüler in den Vordergrund rückt. Blum (2006)¹ schreibt hierzu: „Nur ein Unterricht, der den eigenaktiven Erwerb von Kompetenzen in lernförderlicher Arbeitsatmosphäre in den Mittelpunkt aller Lehr-/Lernanstrengungen stellt, wird Lernenden überhaupt die Chance bieten, die in den Standards formulierten Kompetenzerwartungen auch tatsächlich zu erfüllen. (...) Etwas konkreter bedeutet „standardorientiertes Unterrichten“: Jede einzelne Unterrichtsstunde und jede Unterrichtseinheit muss sich daran messen lassen, inwieweit sie zur Weiterentwicklung inhaltsbezogener und allgemeiner Schüler-Kompetenzen beiträgt (...). Die wichtigste Frage ist nicht „Was haben wir durchgenommen?“, sondern „Welche Vorstellungen, Fähigkeiten und Einstellungen sind entwickelt worden?“ (S. 15 ff).

Konkret werden bei den Bildungsstandards Mathematik für den HSA und den MSA drei Dimensionen unterschieden, die man kurz als „Prozess“- , „Inhalts“- und „Anspruchs“- Dimension bezeichnen kann (vgl. Abbildung 1):

1. „Prozess“: Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen, deren Erwerb im Mittelpunkt des Unterrichts stehen soll.
2. „Inhalt“: Die inhaltsbezogenen Leitideen, anhand derer die Kompetenzen erworben werden sollen und innerhalb derer gewisse Stoffinhalte verbindlich vorgegeben sind.
3. „Anspruch“: Die Anforderungsbereiche, die den kognitiven Anspruch kompetenzbezogener mathematischer Tätigkeiten (vor allem beim Bearbeiten von Aufgaben) auf theoretischer Ebene beschreiben sollen. Bei den Mathematik-Bildungsstandards unter-

¹ W. Blum u.a. (Hrsg., 2006): Bildungsstandards Mathematik: konkret. Cornelsen-Scriptor, Berlin.

scheidet man pragmatisch drei solche Anforderungsbereiche (d.h. Anspruchsniveaus), die kurz (und damit partiell auch missverständlich) mit „Reproduzieren“, „Zusammenhänge herstellen“ und „Verallgemeinern und reflektieren“ überschrieben sind; natürlich sind die Übergänge zwischen diesen Bereichen fließend.²

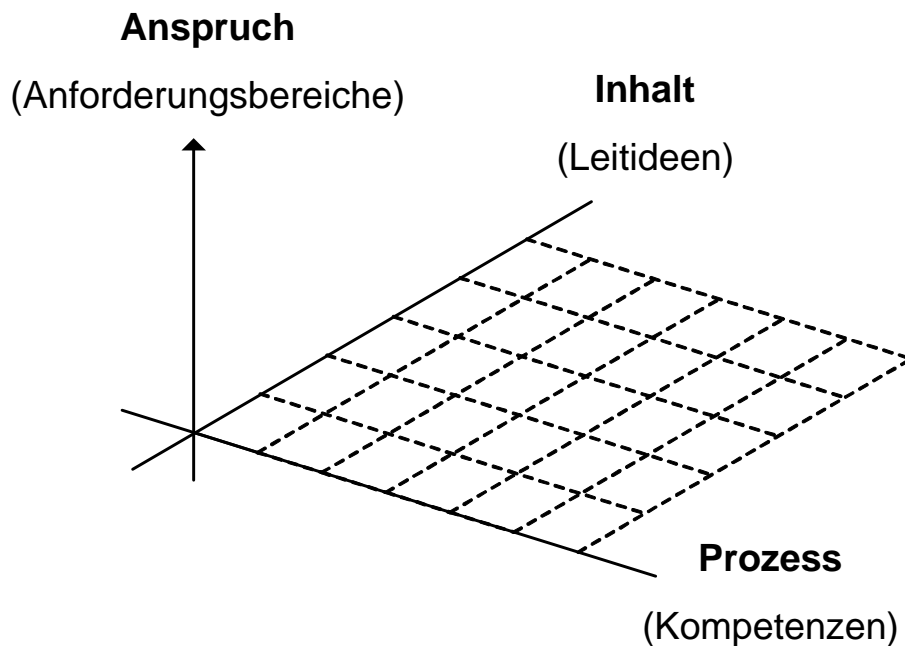


Abbildung 1. Kompetenzmodell der Bildungsstandards für das Fach Mathematik in der Sekundarstufe I

Bildungstheoretische Grundlage dieses „Kompetenzmodells“ ist der Allgemeinbildungsauftrag des Unterrichtsfachs Mathematik, wie er in allgemein akzeptierter Form von Heinrich Winter beschrieben worden ist³ und worauf sich die von der KMK verabschiedeten Bildungsstandards Mathematik in ihrer Präambel ausdrücklich beziehen: Schüler sollen im Mathematikunterricht drei *Grunderfahrungen* kennenlernen, nämlich

- Mathematik als Werkzeug, um Erscheinungen der Welt um uns in einer spezifischen Weise wahrzunehmen und zu verstehen,

² Die Kompetenzmodelle für die Grundschule und die Sekundarstufe I sehen beide die Anforderungsbereiche I bis III vor, die im Wesentlichen eine Zunahme in der kognitiven Komplexität der Aufgaben beschreiben sollen. Die Anforderungsbereiche entstammen der EPA-Tradition, sind damit primär Lehrkräften im Sekundarbereich vertraut und stellen die Verbindung zwischen der Sekundarstufe I und den Aufgabenanforderungen der Sekundarstufe II her. Hier hat auch in den letzten Jahren die standardbasierte Lehrerinnen- und Lehrerfortbildung in der Sekundarstufe I angesetzt. Zu diesen Tendenzen quer liegt die Intention, die Anforderungsbereiche zugunsten von Kompetenzstufenmodellen abzulösen (vgl. Klieme-Expertise). Wir haben uns beim Papier für die Sekundarstufe I dafür entschieden, Anforderungsbereiche noch zu berücksichtigen, da die Lehrkräfte diese kennen und somit eine hohe Vertrautheit bei der Rezeption des Textes entstehen kann.

³ H. Winter (2003): Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht, Band 8 (Hrsg.: H.-W. Henn & K. Maaß). Franzbecker, Hildesheim, S. 6-15.

- Mathematik als geistige Schöpfung und Welt eigener Art,
- Mathematik als Hilfsmittel zum Erwerb fachbezogener und fachübergreifender Fähigkeiten.

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen

In Anlehnung vor allem an die PISA-Studie werden in den Bildungsstandards Mathematik für den HSA und den MSA sechs mathematische Kompetenzen unterschieden, die das Spektrum mathematischen Arbeitens hinreichend breit erfassen. Wir erläutern diese Kompetenzen im Folgenden (eng angelehnt an die ausführlichere Darstellung im Buch zu den Bildungsstandards Mathematik⁴). Dabei ist es weder möglich noch beabsichtigt, die Kompetenzen scharf voneinander abzugrenzen. Vielmehr ist es geradezu typisch für mathematisches Arbeiten, dass mehrere Kompetenzen im Verbund benötigt werden und sich die verschiedenen Kompetenzen gegenseitig partiell durchdringen. Dies ist auch bei den unten beschriebenen Beispielaufgaben zu beachten, die neben der Kompetenz, die sie illustrieren, meist noch weitere Kompetenzen erfordern.

Kompetenzen können auf ganz unterschiedlichen kognitiven Anspruchsniveaus gefordert sein (wobei man das theoretische Anspruchsniveau nicht mit der empirischen Schwierigkeit verwechseln darf; mehr dazu weiter unten). Bei den folgenden Beschreibungen der jeweiligen Anforderungsbereiche ist zu beachten, dass es jedesmal auch einen Ausprägungsgrad *unter* Anforderungsbereich I gibt, wo die Kompetenz nicht benötigt wird. Eine letzte Vorbemerkung, die einem verbreiteten Missverständnis vorbeugen soll: Notwendige Grundlage zum Erwerb von Kompetenzen sind mathematisches Grundwissen einerseits und Grundvorstellungen von mathematischen Begriffen und Methoden andererseits. Beides ist im Unterricht langfristig aufzubauen, Hand in Hand mit dem Aufbau von Kompetenzen.

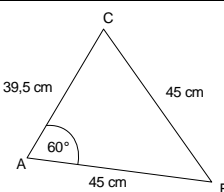
1) Die Kompetenz „Mathematisch argumentieren“ (K1)

Zu dieser Kompetenz gehört sowohl das Entwickeln situationsadäquater mathematischer Argumentationen als auch das Verstehen oder Bewerten gegebener Argumentationen. Das Spektrum reicht dabei von einfachen Plausibilitätsargumenten über inhaltlich-anschauliche

⁴ W. Blum u.a. (Hrsg., 2006): Bildungsstandards Mathematik: konkret. Cornelsen-Scriptor, Berlin; hier: Abschnitt 2, S.36-50 (D. Leiß/ W. Blum)

Begründungen bis zu formalen Beweisen. Typische Formulierungen, die auf die Kompetenz des Argumentierens hinweisen, sind beispielsweise „Begründe!“, „Widerlege!“ oder „Gilt das immer?“. Man kann die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz wie folgt charakterisieren:

- **Anforderungsbereich I:** Routineargumentationen (bekannte Sätze, Verfahren, Herleitungen, usw.) wiedergeben und anwenden; einfache rechnerische Begründungen geben; mit Alltagswissen argumentieren.
- **Anforderungsbereich II:** Überschaubare mehrschrittige Argumentationen nachvollziehen, erläutern oder entwickeln.
- **Anforderungsbereich III:** Komplexe Argumentationen nutzen, erläutern oder entwickeln; verschiedene Argumente nach Kriterien wie Reichweite und Schlüssigkeit bewerten.

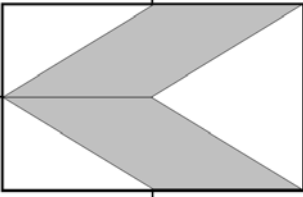
Beispielaufgaben	
Brüche vergleichen	Das unmögliche Dreieck
<p>Welcher der beiden Brüche $\frac{2}{5}$ und $\frac{4}{7}$ ist kleiner ? Kreuze die Antwort mit der richtigen Begründung an .</p> <p><input type="checkbox"/> $\frac{2}{5}$ ist kleiner als $\frac{4}{7}$, weil der Zähler von $\frac{2}{5}$ kleiner ist als der Zähler von $\frac{4}{7}$.</p> <p><input type="checkbox"/> $\frac{2}{5}$ ist kleiner als $\frac{4}{7}$, weil 2 von 5 Teilen weniger als die Hälfte ist und 4 von 7 Teilen mehr als die Hälfte .</p> <p><input type="checkbox"/> $\frac{4}{7}$ ist kleiner als $\frac{2}{5}$, weil der Nenner von $\frac{4}{7}$ größer ist als der Nenner von $\frac{2}{5}$.</p> <p><input type="checkbox"/> $\frac{2}{5}$ ist größer als $\frac{4}{7}$, weil der Zähler bei $\frac{2}{5}$ nur durch 5 und nicht durch 7 geteilt wird .</p>	 <p>Begründe, warum es kein Dreieck mit diesen Maßen geben kann .</p>

„Brüche vergleichen“ gehört zu AB II, weil hier mehrschrittige aber überschaubare Begründungen im Hinblick auf ihre Stimmigkeit geprüft werden müssen, während bei „Das unmögliche Dreieck“ eine sehr anspruchsvolle Argumentation gefordert ist, so dass diese Aufgabe dem AB III zugeordnet werden muss.

2) Die Kompetenz „Probleme mathematisch lösen“ (K2)

Diese Kompetenz beinhaltet das Finden und Anwenden geeigneter Lösungswege und -strategien. Das Spektrum reicht hier von der Anwendung bekannter Lösungsverfahren bis zur Konstruktion komplexer und neuartiger Strategien. Heuristische Prinzipien wie z. B. „Skizze anfertigen“, „Systematisch probieren“ oder „Vom Ergebnis her rückwärts arbeiten“ spielen hier eine wichtige Rolle. Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

- **Anforderungsbereich I:** Lösen einer einfachen mathematischen Aufgabenstellung durch Identifikation und Auswahl einer naheliegenden Strategie (z. B. Zeichnen einer einfachen Hilfslinie).
- **Anforderungsbereich II:** Finden eines Lösungsweges zu einer Problemstellung durch ein mehrschrittiges strategiestütztes Vorgehen.
- **Anforderungsbereich III:** Konstruieren einer elaborierten Strategie, um z. B. die Vollständigkeit einer Fallunterscheidung zu begründen oder eine Schlussfolgerung zu verallgemeinern; Reflektieren über verschiedene Lösungswege.

Beispielaufgaben	
Parallelogramm	Stadion 2
 <p>In einem Rechteck wurden drei Seitenmitten markiert und zwei Parallelogramme eingezeichnet (siehe Bild).</p> <p>Welcher Bruchteil des Rechtecks ist dunkel gefärbt? Schreib auf, wie du zu deinem Ergebnis gekommen bist.</p> <p style="text-align: right;">M3147A1 a</p>	<p>Ein Fußballstadion hat 14600 Plätze, davon sind 5300 Sitzplätze und 9300 Stehplätze. Ein Sitzplatz kostet 14,00 € und ein Stehplatz 5,00 €.</p> <p>Welche Belegungen des Stadions ergeben eine Einnahme von 100000,- €? M1127A2 a</p> <p>Es gibt mehrere Möglichkeiten. Gib zwei davon konkret an. Schreib auf, wie du zu diesen Ergebnissen gekommen bist.</p>

Bei „Parallelogramm“ ist ein mehrschrittiger, aber überschaubarer Lösungsweg zu finden, weswegen diese Aufgabe dem AB II zugeordnet ist. Bei „Stadion 2“ muss eine spezifische Zerlegungsstrategie entwickelt werden, aber nur für zwei Fälle, was eine Einordnung ebenfalls noch in AB II nahelegt.

3) Die Kompetenz „Mathematisch modellieren“ (K3)

Hier geht es um das Hin- und Herwechseln zwischen außermathematischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden. Hierzu gehört sowohl das Konstruieren passender mathematischer Modelle als auch das Verstehen oder Bewerten gegebener Modelle. Typische Teilschritte des Modellierens sind das Strukturieren und Vereinfachen gegebener Realsituationen, das Übersetzen realer Gegebenheiten in mathematische Inhalte, das Interpretieren mathematischer Ergebnisse innerhalb von Realsituationen und das Überprüfen von solchen Ergebnissen im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit. Das Spektrum reicht von Standardmodellen bis zu komplexen Modellierungen. Die drei Anforderungsbereiche kann man folgendermaßen charakterisieren:

- **Anforderungsbereich I:** Vertraute und direkt erkennbare Standardmodelle nutzen (z. B. „Dreisatz“); direktes Überführen einer Realsituation in die Mathematik; direktes Interpretieren eines mathematischen Resultats.
- **Anforderungsbereich II:** Mehrschrittige Modellierungen innerhalb weniger und klar formulierter Einschränkungen vornehmen; Ergebnisse einer solchen Modellierung interpretieren; ein mathematisches Modell passenden Realsituationen zuordnen oder an veränderte Umstände anpassen.
- **Anforderungsbereich III:** Ein Modell zu einer komplexen Situation bilden, bei der die Annahmen, Variablen, Beziehungen und Einschränkungen neu definiert werden müssen; Überprüfen, Bewerten und Vergleichen von Modellen.

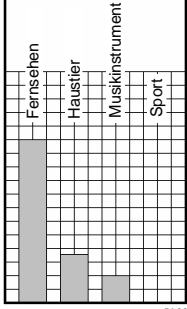
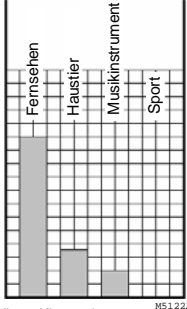
Beispielaufgaben	
Schlüsselbund	Zwei Fässer 1
<p>Gaby hat an ihrem Schlüsselbund 3 Schlüssel, die sich sehr ähnlich sehen, aber für verschiedene Türen vorgesehen sind. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Tür mit dem ersten Schlüssel, den sie zufällig probiert, aufgeht?</p> <p>Kreuze an.</p> <p><input type="checkbox"/> 1/6</p> <p><input type="checkbox"/> 0,3</p> <p><input type="checkbox"/> 1/3</p> <p><input type="checkbox"/> 1/2</p> <p><input type="checkbox"/> 1</p>	<p>Jedes der beiden dargestellten Fässer fasst genau 100 l. Sie werden mit Wasser gefüllt. Zu Beginn des Füllvorgangs enthält Fass 2 bereits 60 l. Fass 1 wird mit 2 l/min gleichmäßig gefüllt, Fass 2 mit 0,5 l/min.</p> <p>Stimmt es, dass Fass 2 zuerst überläuft? Schreibe auf, wie du zu deiner Entscheidung gekommen bist.</p>

Bei „Schlüsselbund“ ist nur eine direkte Übersetzung der Realsituation in ein einfaches Wahrscheinlichkeitsmodell nötig, weshalb diese Aufgabe in AB I eingeordnet ist. Hingegen erfordert "Zwei Fässer 1" eine mehrschrittige, aber noch nicht besonders komplexe Modellierung und gehört damit zu AB II.

4) Die Kompetenz „Mathematische Darstellungen verwenden“ (K4)

Diese Kompetenz umfasst sowohl das Auswählen oder Erzeugen mathematischer Darstellungen als auch das Umgehen mit gegebenen Darstellungen. Hierzu zählen Diagramme, Graphen und Tabellen ebenso wie Formeln. Das Spektrum reicht von Standarddarstellungen wie Wertetabellen bis zur zweckgerichteten Erzeugung oder Beurteilung neuartiger Darstellungen. Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz können wie folgt beschrieben werden:

- **Anforderungsbereich I:** Standarddarstellungen von mathematischen Objekten und Situationen anfertigen und nutzen.
- **Anforderungsbereich II:** Gegebene Darstellungen verständlich interpretieren oder verändern; zwischen zwei Darstellungen wechseln.
- **Anforderungsbereich III:** Unvertraute Darstellungen verstehen und verwenden; eigene Darstellungsformen problemadäquat entwickeln; verschiedene Formen der Darstellung zweckgerichtet beurteilen.

Beispielaufgaben	
Freizeitverhalten 1	Freizeitverhalten 2
<p>Eine Umfrage zum Freizeitverhalten von 25 Schülerinnen und Schülern einer 8. Klasse hat ergeben, dass</p> <ul style="list-style-type: none"> • 24 regelmäßig fernsehen, • 7 ein Haustier pflegen, • 4 ein Musikinstrument spielen und • 9 regelmäßig Sport treiben. <p>Das nebenstehende Diagramm soll dies darstellen.</p> <div style="text-align: right;">  </div> <p>Ergänze im Diagramm die Säule für Sport.</p> <p style="text-align: right; font-size: small;">M51.22A1 a</p>	<p>Eine Umfrage zum Freizeitverhalten von 25 Schülerinnen und Schülern einer 8. Klasse hat ergeben, dass</p> <ul style="list-style-type: none"> • 24 regelmäßig fernsehen, • 7 ein Haustier pflegen, • 4 ein Musikinstrument spielen und • 9 regelmäßig Sport treiben. <p>Das nebenstehende Diagramm soll dies darstellen.</p> <div style="text-align: right;">  </div> <p>Erläutere, wieso es nicht sinnvoll ist, zum Freizeitverhalten dieser Klasse ein Kreisdiagramm zu zeichnen.</p> <p style="text-align: right; font-size: small;">M51.22A2 a</p>

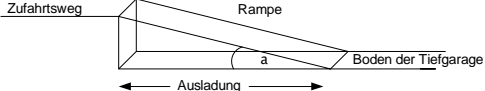
In Teil 1 dieser Aufgabe geht es um das Vervollständigen einer gegebenen Standarddarstellung, was noch zu AB I gehört. In Teil 2 wird dann die Beurteilung der Angemessenheit von Darstellungen gefordert, was typisch für AB III ist.

5) Die Kompetenz „Mit Mathematik symbolisch/formal/technisch umgehen“ (K5)

Diese Kompetenz beinhaltet in erster Linie das Ausführen von Operationen mit Zahlen, Größen, Variablen und Termen oder mit geometrischen Objekten. Das Spektrum reicht hier von einfachen und überschaubaren Routineverfahren bis zu komplexen Verfahren einschließlich deren reflektierender Bewertung. Zudem kann man das Beherrschen mathematischer Fakten auch zu dieser Kompetenz zählen. Diese formal-technische Kompetenz steht traditionell im Mittelpunkt des Mathematikunterrichts in Deutschland. Das ist insoweit noch begründbar, als die meisten anderen Kompetenzen diese Kompetenz werkzeughaft benötigen, z. B. wenn im Verlaufe des Modellierens innermathematisch gearbeitet wird. Die traditionell vorherrschende

einseitige Fokussierung auf diese eine Kompetenz lässt sich damit allerdings nicht rechtfertigen. Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz kann man wie folgt genauer fassen:

- **Anforderungsbereich I:** Verwenden elementarer Lösungsverfahren; direktes Anwenden von Formeln und Symbolen; direktes Nutzen einfacher mathematischer Werkzeuge (z. B. Formelsammlung, Taschenrechner).
- **Anforderungsbereich II:** Mehrschrittige Anwendung formal mathematischer Prozeduren; Umgang mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen im Kontext; mathematische Werkzeuge je nach Situation und Zweck gezielt auswählen und einsetzen.
- **Anforderungsbereich III:** Durchführen komplexer Prozeduren; Bewerten von Lösungs- und Kontrollverfahren; Reflektieren der Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Werkzeuge.

Beispielaufgaben	
<p style="text-align: center;">Stadion 1</p> <p>Ein Fußballstadion hat 14600 Plätze, davon sind 5300 Sitzplätze und 9300 Stehplätze. Ein Sitzplatz kostet 14,00 € und ein Stehplatz 5,00 €.</p> <p>Wie viel Geld nimmt der Verein bei einem vollen Stadion ein ?</p> <p style="text-align: right;"><small>M1127A1 a</small></p>	<p style="text-align: center;">Tiefgarage 1</p> <p>Die Rampe zu einer Tiefgarage hat eine Ausladung (siehe Bild) von 15 m. Der Boden der Tiefgarage liegt 2,90 m tiefer als der Zufahrtsweg.</p>  <p>Welche Länge hat die Rampe ?</p> <p>Kreuze die Zahl an, die deiner Berechnung am nächsten kommt .</p> <p style="text-align: right;"><small>M2330A1 a</small></p> <p style="text-align: center;"> <input type="checkbox"/> 12,10 m <input type="checkbox"/> 14,70 m <input type="checkbox"/> 15,30 m <input type="checkbox"/> 17,90 m </p>

In „Stadion 1“ ist eine einfache, direkt ausführbare Berechnung gefordert, was typisch für AB I ist, während die Berechnung in „Tiefgarage 1“ erst erfolgen kann, wenn die gegebene Situation adäquat analysiert worden ist, wodurch diese Aufgabe zu AB II gehört.

6) Die Kompetenz „Mathematisch kommunizieren“ (K6)

Zu dieser Kompetenz gehört sowohl das Entnehmen von Informationen aus schriftlichen Texten, mündlichen Äußerungen oder sonstigen Quellen als auch das Darlegen von Überlegungen und Resultaten unter Verwendung einer angemessenen Fachsprache. Insofern ist diese Kompetenz typischerweise ganz am Anfang (Lesen) und ganz am Ende (Darlegen) von Problemlöseprozessen gefordert. Das Spektrum reicht von der direkten Informationsentnahme aus einfachen Texten bzw. vom Aufschreiben einfacher Lösungswege bis hin zum Sinn entnehmenden

Erfassen komplexer Texte bzw. zur strukturierten Präsentation anspruchsvoller Überlegungen. Natürlicherweise spielen sprachliche Anforderungen bei dieser Kompetenz eine besondere Rolle. Die drei Anforderungsbereiche lassen sich wie folgt beschreiben:

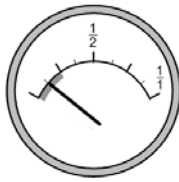
- **Anforderungsbereich I:** Darlegung einfacher mathematischer Sachverhalte; Identifikation und Auswahl von Informationen aus kurzen mathemathikhaltigen Texten (die Ordnung der Informationen im Text entspricht weitgehend den Schritten der mathematischen Bearbeitung).
- **Anforderungsbereich II:** Verständliche, i. d. R. mehrschrittige Darlegung von Lösungswegen, Überlegungen und Ergebnissen; Äußerungen (richtige, aber auch fehlerhafte) von anderen Personen zu mathematischen Texten interpretieren; Identifikation und Auswahl von Informationen aus mathemathikhaltigen Texten (die Ordnung der Informationen entspricht nicht unmittelbar den Schritten der mathematischen Bearbeitung).
- **Anforderungsbereich III:** Entwickeln einer kohärenten und vollständigen Präsentation eines komplexen Lösungs- oder Argumentationsprozesses; komplexe mathematische Texte Sinn entnehmend erfassen; Äußerungen von anderen vergleichen, bewerten und ggf. korrigieren.

„Tankanzeige“ illustriert den einen wichtigen Aspekt von K6, wo es um das Darlegen von Lösungswegen geht; der mehrschrittige Weg bei dieser Aufgabe ist typisch für AB II. Bei „Automüll“ müssen mehrere (nicht besonders anspruchsvolle) Aussagen im Hinblick auf ihre Stimmigkeit überprüft werden, was alles in allem durchaus hohe Anforderungen an das Sinn entnehmende Lesen stellt, den anderen wichtigen Aspekt von K6; kognitiv gesehen gehört diese Aufgabe noch zu AB II.

Beispielaufgaben

Tankanzeige

Der Tank des Autos von Herrn Müller fasst laut Hersteller maximal 55 Liter.
An der Tankanzeige erkennt man den aktuellen Füllstand:



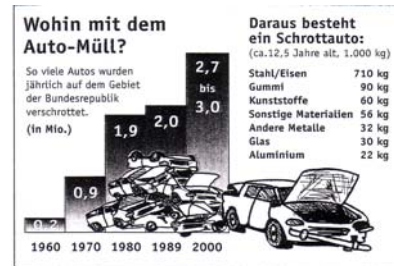
Die nächste Tankstelle ist 60 km entfernt. Kann Herr Müller bei einem durchschnittlichen Benzinverbrauch von 7,5 Liter pro 100 km noch bis zu dieser Tankstelle fahren?

Begründe deine Antwort.

B4110A1
a

Automüll

Das folgende Diagramm zeigt die zahlenmäßige Entwicklung der verschrotteten Autos in Deutschland. Weiter sind auch die durchschnittlichen Materialbestandteile eines Schrottautos angegeben.



aus: Zeitschrift für Verkehrserziehung (November 2003)

Kreuze jeweils an, ob die Aussage richtig oder falsch ist.

M5128A1
a...
M5128A1
f

Aussage	richtig	falsch
Von 1970 bis 2000 hat sich die Anzahl der jährlich verschrotteten Autos mindestens verdreifacht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Der absolute Anstieg der Anzahl der Schrottautos von 1960 bis 1970 und von 1989 bis 2000 ist etwa gleich groß.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
In den Jahren von 1980 bis einschließlich 1989 sind insgesamt zwei Millionen Autos verschrottet worden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1989 wurden etwa 100000 Autos mehr verschrottet als 1980.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ein Schrottauto besteht zu mehr als $\frac{3}{4}$ aus Stahl- und Eisenteilen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Bei einem Schrottauto machen Gummiteile 9 % der Gesamtmasse aus.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>


Die mathematischen Leitideen

Die mathematischen Leitideen versuchen, die Phänomene zu erfassen und zu strukturieren, die man sieht, wenn man die Welt mit einer „mathematischen Brille“ betrachtet. In den Bildungsstandards Mathematik für den HSA und für den MSA werden gleichlautend jeweils fünf Leitideen unterschieden, die im Folgenden kurz erläutert werden. Diese „phänomenologisch“ orientierten Leitideen sind nicht identisch mit den klassischen, fachlich orientierten *Stoffgebieten* der Schulmathematik, es gibt aber offensichtliche, enge Beziehungen zwischen Leitideen und Stoffgebieten. Innerhalb der Leitideen gibt es konkrete Inhalte (wie z. B. rationale Zahlen, Prozentrechnen, Flächeninhalte, symmetrische Figuren, lineare Gleichungen, quadratische Funktionen oder Wahrscheinlichkeiten), die typischerweise zum mathematischen Schulcurriculum gehören und mit deren Hilfe die allgemeinen mathematischen Kompetenzen erworben werden sollen. Was mit diesen Inhalten genauer erreicht werden soll, wird in den Bildungsstandards Mathematik in Form von sogenannten *inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen* vorgegeben.

Bei der Einordnung der einzelnen Items in die Leitideen haben wir uns in jedem Fall für eine primäre Leitidee entschieden. In manchen Items spielen aber zwei oder gar drei Leitideen eine Rolle, etwa wenn funktionale Beziehungen in einem geometrischen Kontext betrachtet werden. Im Folgenden thematisieren wir diese Frage i. A. nicht weiter, sondern beschränken uns auf die primäre Leitidee.

1) Die Leitidee „Zahl“ (L1)

Hiermit werden alle Aspekte erfasst, die mit Quantifizierungen zu tun haben, d. h. mit der Verwendung von Zahlen zur Beschreibung und Organisation von Situationen. Genauer gehören hierzu die verschiedenen Zahlenbereiche von den natürlichen bis hin zu den reellen Zahlen, verschiedene Zahldarstellungen (z. B. die Dezimalbruchschreibweise), die grundlegenden Beziehungen und Rechenoperationen in diesen Zahlenbereichen – alles auch im Kontext von außermathematischen Anwendungen – sowie speziell Abzählprinzipien zur Anzahlbestimmung in kombinatorischen Problemsituationen. Die damit verwandten mathematischen Stoffgebiete der Sekundarstufe I sind die *Arithmetik* und die *Kombinatorik*.

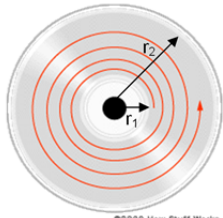
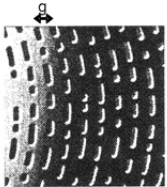
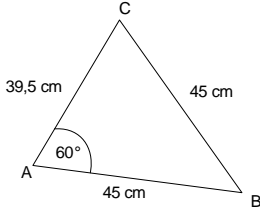
Beispielaufgaben	
Zapfsäule 1	Brüche vergleichen
 <p>Eine Tankstelle informiert mit dem Aufkleber „Je Euro 73 Cent Steuern“ über die Steuerbelastung beim Benzinpreis.</p> <p>Aufgabe 1: Zapfsäule</p> <p>Wie viel erhält der Staat bei der dargestellten Tankfüllung an Steuern ?</p> <p>Kreuze die richtige Antwort an.</p> <p><input type="checkbox"/> 15,80 €</p> <p><input type="checkbox"/> 34,47 €</p> <p><input type="checkbox"/> 42,71 €</p> <p><input type="checkbox"/> 73,- €</p> <p><input type="checkbox"/> 90,45 €</p>	<p>Welcher der beiden Brüche $\frac{2}{5}$ und $\frac{4}{7}$ ist kleiner ?</p> <p>Kreuze die Antwort mit der richtigen Begründung an.</p> <p><input type="checkbox"/> $\frac{2}{5}$ ist kleiner als $\frac{4}{7}$, weil der Zähler von $\frac{2}{5}$ kleiner ist als der Zähler von $\frac{4}{7}$.</p> <p><input type="checkbox"/> $\frac{2}{5}$ ist kleiner als $\frac{4}{7}$, weil 2 von 5 Teilen weniger als die Hälfte ist und 4 von 7 Teilen mehr als die Hälfte.</p> <p><input type="checkbox"/> $\frac{4}{7}$ ist kleiner als $\frac{2}{5}$, weil der Nenner von $\frac{4}{7}$ größer ist als der Nenner von $\frac{2}{5}$.</p> <p><input type="checkbox"/> $\frac{2}{5}$ ist größer als $\frac{4}{7}$, weil der Zähler bei $\frac{2}{5}$ nur durch 5 und nicht durch 7 geteilt wird.</p>

Bei "Zapfsäule 1" muss ein Proportionalschluss durchgeführt werden, ggf. mithilfe von Prozenten, wobei die relevanten Informationen aus dem Foto entnommen werden müssen. Diese Aufgabe gehört typischerweise zu AB II. Die zweite Beispielaufgabe gehört ebenfalls zu AB II und ist bereits als Illustration von Kompetenz K1 bekannt.

2) Die Leitidee „Messen“ (L2)

Hierunter wird das Umgehen mit Größen subsumiert, insbesondere mit Längen, Winkeln, Flächeninhalten und Volumina in geometrischen Kontexten, aber auch mit Alltagsgrößen wie Geldwerten, Zeitspannen oder Massen. Unter „Messen“ versteht man das Zurückführen von Größen auf gewisse Einheitsgrößen (wie cm, l, m³ oder h). Allgemeiner geht es hier darum, gesuchte Größen zu bestimmen, insbesondere auch rechnerisch (z. B. bei Längen durch Ausnutzen von Ähnlichkeits-Verhältnissen).

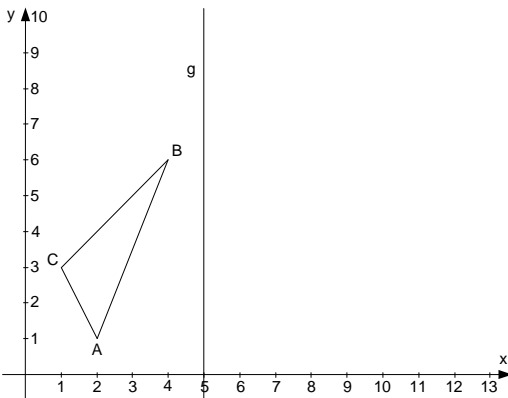
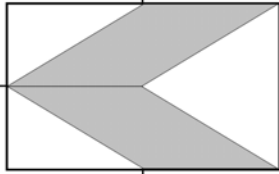
Die damit verwandten mathematischen Stoffgebiete der Sekundarstufe I sind die rechnende und messende *Geometrie* sowie die *Größenlehre* (die in der Grundschule in das *Sachrechnen* eingebettet ist).

Beispielaufgaben	
<p style="text-align: center;">CD 1</p> <p>Bei der Aufzeichnung von Informationen auf einer CD werden die Signale als Vertiefungen und Flachstellen gespeichert. Die Vertiefungen bilden abwechselnd mit den Flachstellen eine spiralförmige Spur (Rille) auf der CD.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p style="text-align: center; font-size: small;">©2000 How Stuff Works</p> <p style="text-align: center;">(Detailansicht, sehr stark vergrößert)</p> <p>Die beschreibbare Fläche der CD ist ein Kreisring. Die Aufzeichnungsspur beginnt im Abstand $r_1 = 2,5$ cm vom CD-Mittelpunkt und endet beim Abstand $r_2 = 5,8$ cm. Die Spurrillen haben einen Abstand von $g = 1,6$ μm (1 μm ist ein Tausendstel Millimeter.)</p> <p>In einer Formelsammlung steht als Formel für den Flächeninhalt eines Kreisrings: $A = \pi (r_2^2 - r_1^2)$.</p> <hr style="width: 50%; margin-left: 0;"/> <p>Aufgabe 1: CD</p> <p>Bestimme den Flächeninhalt des beschreibbaren Teils der CD.</p> <p style="font-size: x-small;">Kreuze den Wert an, der dem Ergebnis am nächsten liegt.</p> <div style="margin-top: 10px;"> <input type="checkbox"/> 15 cm² <input type="checkbox"/> 35 cm² <input type="checkbox"/> 55 cm² <input type="checkbox"/> 85 cm² <input type="checkbox"/> 105 cm² </div>	<p style="text-align: center;">Das unmögliche Dreieck</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Begründe, warum es kein Dreieck mit diesen Maßen geben kann .</p> <p style="text-align: right; font-size: x-small;">M21341 a</p>

Bei „CD 1“ muss der Flächeninhalt eines Kreisrings berechnet werden, wobei dieser in einen Realkontext eingebettet ist; AB II ist eine angemessene Bewertung des kognitiven Anspruchs dieser Aufgabe. Die Aufgabe "Das unmögliche Dreieck" ist bereits aus Abschnitt 4.2 bekannt (als Illustration der Kompetenz K1), sie ist AB III zugeordnet; da hier wesentlich auch begriffliches geometrisches Wissen gefordert ist, hat diese Aufgabe auch starke Bezüge zu Leitidee L3.

3) Die Leitidee „Raum und Form“ (L3)

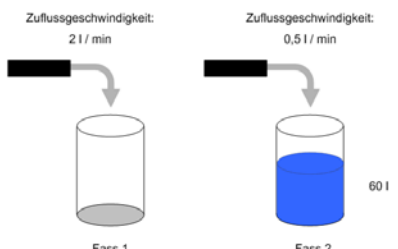
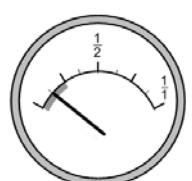
Dazu gehören alle Arten ebener und räumlicher Konfigurationen, Gestalten oder Muster, insbesondere vieleck- und kreisförmige Figuren in der Ebene und vielfach-, zylinder-, kegel- und kugelförmige Körper im Raum sowie geometrische Transformationen solcher Objekte. Es geht hier nicht um Größenbestimmungen für diese Objekte (das wird durch L2 abgedeckt), sondern um Eigenschaften und Beziehungen wie Symmetrie, Kongruenz oder Ähnlichkeit und um Konstruktionen mit geeigneten Hilfsmitteln (einschließlich dynamischer Geometrie-Software). Ebenso gehören Sätze dazu, die Beziehungen zwischen geometrischen Objekten herstellen, wie z. B. Thales oder Pythagoras. Das zugehörige mathematische Stoffgebiet der Sekundarstufe I ist die begriffliche, konstruierende und analysierende *Geometrie*.

Beispielaufgaben	
Spiegelung	Parallelogramm
<p>Das Dreieck ABC wird an der Geraden g gespiegelt .</p>  <p>Kreuze die richtigen Koordinaten der dadurch entstehenden Bildfigur A' B' C' an. <small>M3016A1 a</small></p> <p><input type="checkbox"/> A' (8 7), B' (6 8) und C' (9 11)</p> <p><input type="checkbox"/> A' (1 8), B' (6 6) und C' (3 9)</p> <p><input type="checkbox"/> A' (2 9), B' (4 4) und C' (1 7)</p> <p><input type="checkbox"/> A' (8 1), B' (6 6) und C' (9 3)</p>	 <p><small>M3147A1 a</small></p> <p>In einem Rechteck wurden drei Seitenmitten markiert und zwei Parallelogramme eingezeichnet (siehe Bild).</p> <p>Welcher Bruchteil des Rechtecks ist dunkel gefärbt? Schreib auf, wie du zu deinem Ergebnis gekommen bist.</p>

Bei "Spiegelung" ist eine einfache geometrische Transformation im Koordinatensystem auszuführen (bzw., gemäß dem MC-Format, nachzuprüfen, welche der gegebenen Bildfiguren die richtige ist); dies kann man noch zu AB I zählen. Die zweite Beispielaufgabe gehört zu AB II und ist bereits als Illustration von K2 bekannt.

4) Die Leitidee „funktionaler Zusammenhang“ (L4)

Hier geht es um alle Arten funktionaler (und allgemeiner: relationaler) Beziehungen zwischen mathematischen Objekten einschließlich deren Darstellungen und deren Eigenschaften, wobei die Objekte als Variablen aufgefasst werden. Genauer gehören hierzu Terme, Gleichungen und Funktionen von einfachen linearen über quadratische bis hin zu exponentiellen Zusammenhängen, alles auch im Kontext von realen Anwendungen. Das mathematische Stoffgebiet der Sekundarstufe I, das diese Aspekte abdeckt, ist die *Algebra*.

Beispielaufgaben	
Zwei Fässer 1	Tankanzeige
<p>Zuflussgeschwindigkeit: 2 l/min</p>  <p>Fass 1 Fass 2 60 l</p> <p>Jedes der beiden dargestellten Fässer fasst genau 100 l. Sie werden mit Wasser gefüllt. Zu Beginn des Füllvorgangs enthält Fass 2 bereits 60 l. Fass 1 wird mit 2 l/min gleichmäßig gefüllt. Fass 2 mit 0,5 l/min.</p> <p>Stimmt es, dass Fass 2 zuerst überläuft? Schreibe auf, wie du zu deiner Entscheidung gekommen bist.</p>	<p>Der Tank des Autos von Herrn Müller fasst laut Hersteller maximal 55 Liter. An der Tankanzeige erkennt man den aktuellen Füllstand:</p>  <p>Die nächste Tankstelle ist 60 km entfernt. Kann Herr Müller bei einem durchschnittlichen Benzinverbrauch von 7,5 Liter pro 100 km noch bis zu dieser Tankstelle fahren?</p> <p>Begründe deine Antwort.</p>

Beide Beispielaufgaben sind schon in Abschnitt 4.2. verwendet worden (als Illustration der Kompetenzen K3 bzw. K6), beide gehören zu AB II.

5) Die Leitidee „Daten und Zufall“ (L5)

Hierzu gehört der Umgang mit statistischen Daten ebenso wie der Umgang mit Situationen, bei denen Zufall und Wahrscheinlichkeit eine Rolle spielen, wobei beide Aspekte über die Durchführung, Auswertung und Interpretation von Zufallsexperimenten eng zusammenhängen. Ein wichtiger Teilaspekt (siehe die ausführliche Darstellung dieser Leitidee in dem er-

wählten Buch⁵) sind dabei komplette statistische Untersuchungen, die von einer geeigneten Problemstellung über die Planung und Durchführung einer passenden statistischen Erhebung sowie die Darstellung und Auswertung der erhobenen Daten bis hin zu Interpretationen und Schlussfolgerungen reichen. Das damit eng verwandte mathematische Stoffgebiet ist die *Stochastik* (Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung).

Beispielaufgaben																																																
Schlüsselbund	Automüll																																															
<p>Gaby hat an ihrem Schlüsselbund 3 Schlüssel, die sich sehr ähnlich sehen, aber für verschiedene Türen vorgesehen sind. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Tür mit dem ersten Schlüssel, den sie zufällig probiert, aufgeht?</p> <p>Kreuze an.</p> <p><input type="checkbox"/> 1/6</p> <p><input type="checkbox"/> 0,3</p> <p><input type="checkbox"/> 1/3</p> <p><input type="checkbox"/> 1/2</p> <p><input type="checkbox"/> 1</p>	<p>Das folgende Diagramm zeigt die zahlenmäßige Entwicklung der verschrotteten Autos in Deutschland. Weiter sind auch die durchschnittlichen Materialbestandteile eines Schrottautos angegeben.</p> <div style="text-align: center;"> <p>Wohin mit dem Auto-Müll? So viele Autos wurden jährlich auf dem Gebiet der Bundesrepublik verschrottet. (In Mio.)</p> <table border="1"> <tr><th>Jahr</th><td>1960</td><td>1970</td><td>1980</td><td>1989</td><td>2000</td></tr> <tr><th>Anzahl (Mio.)</th><td>0,9</td><td>1,9</td><td>2,0</td><td>2,7</td><td>3,0</td></tr> </table> <p>Daraus besteht ein Schrottauto: (ca. 12,5 Jahre alt, 1.000 kg)</p> <table border="1"> <tr><td>Stahl/Eisen</td><td>710 kg</td></tr> <tr><td>Gummi</td><td>90 kg</td></tr> <tr><td>Kunststoffe</td><td>60 kg</td></tr> <tr><td>Sonstige Materialien</td><td>56 kg</td></tr> <tr><td>Andere Metalle</td><td>32 kg</td></tr> <tr><td>Glas</td><td>30 kg</td></tr> <tr><td>Aluminium</td><td>22 kg</td></tr> </table> </div> <p>aus: Zeitschrift für Verkehrserziehung (November 2003)</p> <p>Kreuze jeweils an, ob die Aussage richtig oder falsch ist.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Aussage</th> <th>richtig</th> <th>falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Von 1970 bis 2000 hat sich die Anzahl der jährlich verschrotteten Autos mindestens verdreifacht.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Der absolute Anstieg der Anzahl der Schrottautos von 1960 bis 1970 und von 1989 bis 2000 ist etwa gleich groß.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>In den Jahren von 1980 bis einschließlich 1989 sind insgesamt zwei Millionen Autos verschrottet worden.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>1989 wurden etwa 100000 Autos mehr verschrottet als 1980.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Ein Schrottauto besteht zu mehr als $\frac{3}{4}$ aus Stahl- und Eisenteilen.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Bei einem Schrottauto machen Gummiteile 9% der Gesamtmasse aus.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>	Jahr	1960	1970	1980	1989	2000	Anzahl (Mio.)	0,9	1,9	2,0	2,7	3,0	Stahl/Eisen	710 kg	Gummi	90 kg	Kunststoffe	60 kg	Sonstige Materialien	56 kg	Andere Metalle	32 kg	Glas	30 kg	Aluminium	22 kg	Aussage	richtig	falsch	Von 1970 bis 2000 hat sich die Anzahl der jährlich verschrotteten Autos mindestens verdreifacht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Der absolute Anstieg der Anzahl der Schrottautos von 1960 bis 1970 und von 1989 bis 2000 ist etwa gleich groß.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	In den Jahren von 1980 bis einschließlich 1989 sind insgesamt zwei Millionen Autos verschrottet worden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1989 wurden etwa 100000 Autos mehr verschrottet als 1980.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Ein Schrottauto besteht zu mehr als $\frac{3}{4}$ aus Stahl- und Eisenteilen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Bei einem Schrottauto machen Gummiteile 9% der Gesamtmasse aus.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Jahr	1960	1970	1980	1989	2000																																											
Anzahl (Mio.)	0,9	1,9	2,0	2,7	3,0																																											
Stahl/Eisen	710 kg																																															
Gummi	90 kg																																															
Kunststoffe	60 kg																																															
Sonstige Materialien	56 kg																																															
Andere Metalle	32 kg																																															
Glas	30 kg																																															
Aluminium	22 kg																																															
Aussage	richtig	falsch																																														
Von 1970 bis 2000 hat sich die Anzahl der jährlich verschrotteten Autos mindestens verdreifacht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																														
Der absolute Anstieg der Anzahl der Schrottautos von 1960 bis 1970 und von 1989 bis 2000 ist etwa gleich groß.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																														
In den Jahren von 1980 bis einschließlich 1989 sind insgesamt zwei Millionen Autos verschrottet worden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																														
1989 wurden etwa 100000 Autos mehr verschrottet als 1980.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																														
Ein Schrottauto besteht zu mehr als $\frac{3}{4}$ aus Stahl- und Eisenteilen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																														
Bei einem Schrottauto machen Gummiteile 9% der Gesamtmasse aus.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																														

Die erste Aufgabe (schon bei Kompetenz K3 verwendet) illustriert ein Zufallsphänomen, während es bei der zweiten Aufgabe (schon bei Kompetenz K6 verwendet) um statistische Daten geht. Die erste Aufgabe ist in AB I eingeordnet, die zweite in AB II.

Testentwicklung

Mit der Erarbeitung der Bildungsstandards war der explizite Anspruch verbunden, diese in Testaufgaben zu übersetzen. Damit soll ein System aufgebaut werden, das auf Stichprobenbasis die Prüfung der Standarderreichung erlaubt. Alle Testaufgaben sind das Ergebnis eines Entwicklungsprozesses, in den Lehrkräfte aus allen 16 Ländern eingebunden waren. Ihr Auf-

⁵ W. Blum u.a. (2006), siehe Fußnote 2; hier: Abschnitt 3, S. 51-80 (R.Biehler/ R.Hartung).

trag war es, eine Vielzahl von Testaufgaben zu konstruieren, mit denen es gelingen konnte, stabile Normen für zukünftige Ländervergleiche bereitzustellen. Dazu mussten folgende sieben Arbeitsschritte absolviert werden:

- 1) Fachdidaktisch und lernpsychologisch fundierte Konkretisierungen der Kompetenzen in den jeweiligen Fächern,
- 2) die auf diesen Vorüberlegungen basierende Erarbeitung von Richtlinien zur Konstruktion von Testaufgaben/Items (Item- und Testspezifikationen),
- 3) die Testaufgabenentwicklung durch erfahrene Lehrkräfte,
- 4) die in Abstimmung zwischen Fachdidaktik und Psychometrie stattfindende Optimierung und Überarbeitung der Testaufgaben, teilweise auf der Basis von Daten aus kleinen Gelegenheitsstichproben,
- 5) die empirische Erprobung der entwickelten Aufgaben in großen Schülerstichproben (Pilotierungsstudie),
- 6) die Normierung der Aufgaben auf der Basis national repräsentativer Stichproben von Schülerinnen und Schülern (Normierungsstudie) und schließlich
- 7) die Bereitstellung empirisch fundierter Kompetenzstufenmodelle, auf deren Grundlage festgestellt werden kann, welche Prozentsätze von Schülerinnen und Schülern die Zielerwartungen (Standards) erreicht haben.

Konkret wurden für die Testerstellung im Fach Mathematik die oben beschriebenen sechs allgemeinen und fünf inhaltlichen Kompetenzen festgelegt. Da die Abdeckung aller Kompetenzen große Aufgaben- bzw. Itemzahlen erfordert, wurden für die Entwicklung der Testaufgaben im Fach Mathematik Strukturen aufgebaut, wie sie in der folgenden Abbildung 2 zu sehen sind.



Abbildung 2: Grafische Darstellung der Arbeitsstrukturen bei der Aufgabenentwicklung

Wie der Abbildung 2 zu entnehmen ist, wurden die Aufgabenentwickler in vier Regionalgruppen eingeteilt. Dies erleichterte einen regen Austausch zwischen den Gruppenmitgliedern und ermöglichte intensive Diskussionen bei den Regionalgruppentreffen. Bei ihrer Arbeit erhielten die Mitglieder der Regionalgruppen fachdidaktische Unterstützung durch wissenschaftliche Berater bzw. Beraterinnen. Die Aufgaben wurden zuerst von Lehrkräften erprobt und anschließend einer Bewertergruppe vorgelegt, die sich aus Vertretern der Fachdidaktik, der Bildungsforschung und der Schulpraxis zusammensetzte; die Aufgaben wurden begutachtet und ggf. überarbeitet.

Der Prozess der Testaufgabenerstellung erfolgte in zwei Abschnitten. Vor Gründung des IQB wurden unter der Ägide des Deutschen PISA-Konsortiums weit über 1000 Teilaufgaben (= Items) entwickelt, davon etwa die Hälfte im Jahr 2005 in einem großen Feldtest erprobt und schließlich rund 300 im Rahmen der PISA-Studie 2006 an einer repräsentativen Stichprobe von knapp 10.000 Neuntklässlern normiert. Um auch Daten für Schülerinnen und Schüler der Jahrgänge 8 (Hauptschulabschluss) und 10 (Mittlerer Schulabschluss) zu erhalten, erfolgte für diese Klassenstufen eine Nachnormierung unter Federführung des IQB. Hierfür wurden in einem leicht modifizierten Entwicklungsprozess zusätzliche Testaufgaben entwickelt und erprobt, die besonders auf die neuen Jahrgänge ausgerichtet waren. Im Jahr 2007 wurden sie an einer weiteren repräsentativen Stichprobe von etwa 4.400 Schülerinnen und Schülern der achten bis zehnten Jahrgänge normiert.

Bei allen Erhebungen wurden Untersuchungspläne umgesetzt, bei denen jeder Schülerin/jedem Schüler nur eine Teilmenge der Aufgaben vorgelegt wurde. Die Testungen dauerten jeweils zweimal 60 Minuten und wurden von eigens geschulten externen Testleitern durchgeführt. Als Ergebnis stehen nun repräsentative Daten für über 500 Items zur Verfügung. Diese bilden die Grundlage für die hier vorgelegten Kompetenzstufenmodelle.

Kompetenzskala und Kompetenzstufen

In den Bildungsstandards werden mathematische Kompetenzen ausgewiesen, welche die Breite der mathematischen Leistung abdecken, die bei Erlangung des Mittleren bzw. Hauptschulabschlusses erwartet werden können. Dies gilt sowohl für die allgemeinen mathematischen Kompetenzen als auch für die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen. Im Zuge der Auswertung der empirischen Daten aus der Normierung der Aufgaben wurden die Leistungen auf einem Maßstab mit einem Mittelwert von 500 Punkten abgetragen (genauer siehe im nächsten Abschnitt). Ergänzend wurde ein Kompetenzstufenmodell erstellt, das eine kriteriale Beschreibung der Leistungen auf abgegrenzten Stufen erlaubt (genauer siehe im übernächsten Abschnitt). Die Erarbeitung eines solchen Kompetenzstufenmodells ist unabdingbare Voraussetzung für eine Definition von Mindest-, Regel- und Maximalstandards:

- *Mindeststandards* beziehen sich auf ein definiertes Minimum an Kompetenzen, das alle Schülerinnen und Schüler bis zu einem bestimmten Bildungsabschnitt erreicht haben sollten.
- *Regelstandards* beziehen sich auf Kompetenzen, die im Durchschnitt von den Schülerinnen und Schülern bis zu einem bestimmten Bildungsabschnitt erreicht werden sollen. Will man Schulen in einem System der Weiterentwicklung von Unterricht Ziele anbieten, die über Regelstandards hinausgehen, so kann es sinnvoll sein, einen Leistungsbereich zu definieren, der über den Regelstandards liegt und im Folgenden als *Regelstandard plus* bezeichnet wird.
- *Maximalstandards* (auch: *Exzellenz-* oder *Optimalstandards*) beziehen sich auf Leistungserwartungen, die unter sehr guten bzw. ausgezeichneten individuellen Lernvoraussetzungen und der Bereitstellung gelingender Lerngelegenheiten innerhalb und außerhalb der Schule erreicht werden und bei weitem die Erwartungen der Bildungsstandards übertreffen.

Unabhängig von der Form, Mindest-, Regel- oder Maximalstandards, sollten Festlegungen von Kompetenzerwartungen zugleich bestimmten inhaltlichen, testtheoretischen, fachlichen, curricularen wie auch fachdidaktischen Kriterien genügen. Hier sind insbesondere zu nennen:

- Enge Orientierung an den 2003 und 2004 verabschiedeten Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz, dabei aber zusätzliche Berücksichtigung des gesamten Kompetenzspektrums,
- Anbindung der Kompetenzstufenmodelle an internationale Vorarbeiten, wie sie in TIMSS, PISA und IGLU realisiert wurden.
- annähernd gleich breite Kompetenzstufen,
- fachdidaktisch gut interpretierbare und vertretbare Grenzen zwischen den Kompetenzstufen,
- Erarbeitung eines globalen Kompetenzstufenmodells, das für alle Leitideen (inhaltliche Kompetenzen) gilt und dessen Stufen mit Hilfe unterschiedlicher Ausprägungen der allgemeinen mathematischen Kompetenzen beschrieben werden kann,
- ergänzend leitideenspezifische Beschreibungen der Kompetenzstufen.

Neben den genannten testtheoretischen, fachlichen und fachdidaktischen Kriterien müssen Festlegungen von Kompetenzerwartungen sowohl bildungspolitischen Erwartungen wie auch pädagogischen Erfordernissen entsprechen. Kompetenzstufenmodelle sollten in dieser Hinsicht

- herausfordernde und zugleich angemessene Leistungserwartungen beschreiben, die der Leistungsstreuung innerhalb und zwischen den Ländern in angemessener Weise Rechnung tragen,
- trotz der zu erwartenden unterschiedlich hohen Anteile von Schülerinnen und Schülern, die den Mindest- oder Regelanforderungen nicht entsprechen, für alle Länder ein „Leistungsminimum“ beschreiben, das von allen Schülerinnen und Schülern mittelfristig erreicht wird,
- vorhandene wie auszubauende Leistungsressourcen verdeutlichen,
- motivierende Leistungserwartungen formulieren, die Entwicklungsimpulse an den Schulen auslösen, hierfür dienen insbesondere die *Regelstandards plus*,
- breite bildungspolitische Akzeptanz insbesondere bei den Lehrkräften erreichen

Vorgehen

Die Testaufgaben sind an einer deutschlandweit repräsentativen Stichprobe von fast 14.000 Acht-, Neunt- und Zehntklässlern getestet worden. Die Daten in der 9. Jahrgangsstufe wurden zu großen Teilen im Rahmen der PISA-2006-Erhebung gewonnen, im Rahmen einer Nachnormierungsstudie im Jahr 2007 wurden Daten zusätzlich für die achte und zehnte Jahrgangsstufe erhoben. Die Ergebnisse sind mithilfe von (bei solchen Erhebungen gängigen) statistischen Verfahren ausgewertet und auf eine Skala mit Mittelwert 500 (bezogen auf die Population der Schülerinnen und Schüler der 9. Jahrgangsstufe, die mindestens einen MSA anstreben) und Standardabweichung 100 transformiert worden. Jede Aufgabe hat also einen solchen Kennwert, der ein Maß für die Aufgabenschwierigkeit darstellt. Leichte Aufgaben haben somit auf dieser Skala Kennwerte von etwa 400 und darunter, schwere Aufgaben Kennwerte von etwa 600 und darüber.

Unter Beteiligung von Fachdidaktikern, Lehrkräften und Psychometrikern wurden Vorschläge für Kompetenzstufenmodelle erarbeitet. Die inhaltliche Beschreibung der Stufen erfolgte unter der fachdidaktischen Ägide von Herrn Prof. Dr. Werner Blum (Universität Kassel) und lehnte sich eng an Vorarbeiten aus PISA an. Als Ergebnis liegt das unten dargestellte integrierte Kompetenzstufenmodell vor, das sich auf Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufe 9 unabhängig vom angestrebten Abschluss bezieht. Das Modell ist global definiert und lässt sich auf alle inhaltlichen Kompetenzen anwenden. Allgemeine Kompetenzen dienen zur Beschreibung der Leistungen auf den verschiedenen Stufen. Bei den Beschreibungen der Stufen wurde Wert darauf gelegt, die vorhandenen Kompetenzen positiv und nicht defizitorientiert zu beschreiben. Der folgende Abschnitt stellt das so gewonnene Kompetenzstufenmodell im Detail dar.

Das integrierte Kompetenzstufenmodell für den Haupt- und Mittleren Schulabschluss

Das integrierte Modell ersetzt die zunächst getrennt erarbeiteten Modelle für den HSA bzw. MSA. Dieses Vorgehen trägt der schulstrukturellen Entwicklung in vielen Ländern der Bundesrepublik Deutschland in den letzten Jahren Rechnung. Hierzu zählen die generelle Tendenz zu zweigliedrigen Schulsystemen sowie die Tendenz, den Mittleren Schulabschluss als den Regelabschluss der Sekundarstufe I anzusehen. Dies ist verbunden mit einer erhöhten Durchlässigkeit für Schülerinnen und Schüler in Bildungsgängen, die regulär zum Hauptschulabschluss führen, (nachträglich) den MSA zu erwerben.

Eine wichtige Eigenschaft des verwendeten statistischen Modells ist es, die *Fähigkeit von Schülerinnen und Schülern* in direkte Beziehung zur *Schwierigkeit von Aufgaben* zu setzen und auf derselben Skala abzubilden⁶. Auf diese Weise ist eine inhaltliche Beschreibung von Bereichen der Skala und letztlich eine Setzung von Standards aufgrund inhaltlicher Kriterien möglich. Dafür ist es üblich, eine solche Skala in gewisse Intervalle – die *Kompetenzstufen* – einzuteilen, in denen die Aufgabenschwierigkeiten bzw. die Schülerfähigkeiten ähnlich sind. Wir haben die Skala in sechs solche Intervalle eingeteilt, wobei das erste nach unten und das letzte nach oben offen sind. Die Breiten der vier mittleren Intervalle wurden einheitlich mit 80 gewählt, weil dies eine hinreichend differenzierte und dennoch überschaubare Einteilung darstellt.

Während sich das integrierte Kompetenzstufenmodell in seiner Metrik und den fachdidaktisch begründeten Stufengrenzen somit am vormaligen MSA-Modell orientiert, erfolgt die Festlegung von Mindest- und Regelstandards für die HSA- bzw. MSA-Population unterschiedlich. Dies geschieht jeweils um eine Stufe versetzt. So haben z.B. Schülerinnen und Schüler aus Bildungsgängen, die zum Hauptschulabschluss führen, auf Stufe 1B (d.h. der zweiten der sechs Stufen) den Mindeststandard erreicht, Schülerinnen und Schüler, die mindestens einen Mittleren Schulabschluss anstreben, erst auf Stufe 2 usw. (vgl. Abbildung 3). Dabei können – darauf sei ausdrücklich hingewiesen – die Anforderungen, die man an einen Mindeststandard, einen Regelstandard etc. stellt, stets nur das Ergebnis von gut begründeten *normativen Setzungen* sein. Diese Setzungen können selbstverständlich als Ergebnis diskursiver Prozesse zukünftigen Änderungen unterliegen.

⁶ Genauer wurde die Skala der Bildungsstandards so normiert, dass ein Schüler mit einem bestimmten Personen-(Fähigkeits-)Kennwert eine Aufgabe mit demselben Aufgaben-(Schwierigkeits-)Kennwert mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa zwei Drittel lösen kann. Beispiel: Ein Schüler mit dem Fähigkeitskennwert 465 hat für die Aufgabe „Brüche vergleichen“ (Schwierigkeitskennwert ebenfalls 465) eine Lösungswahrscheinlichkeit von etwa zwei Drittel.

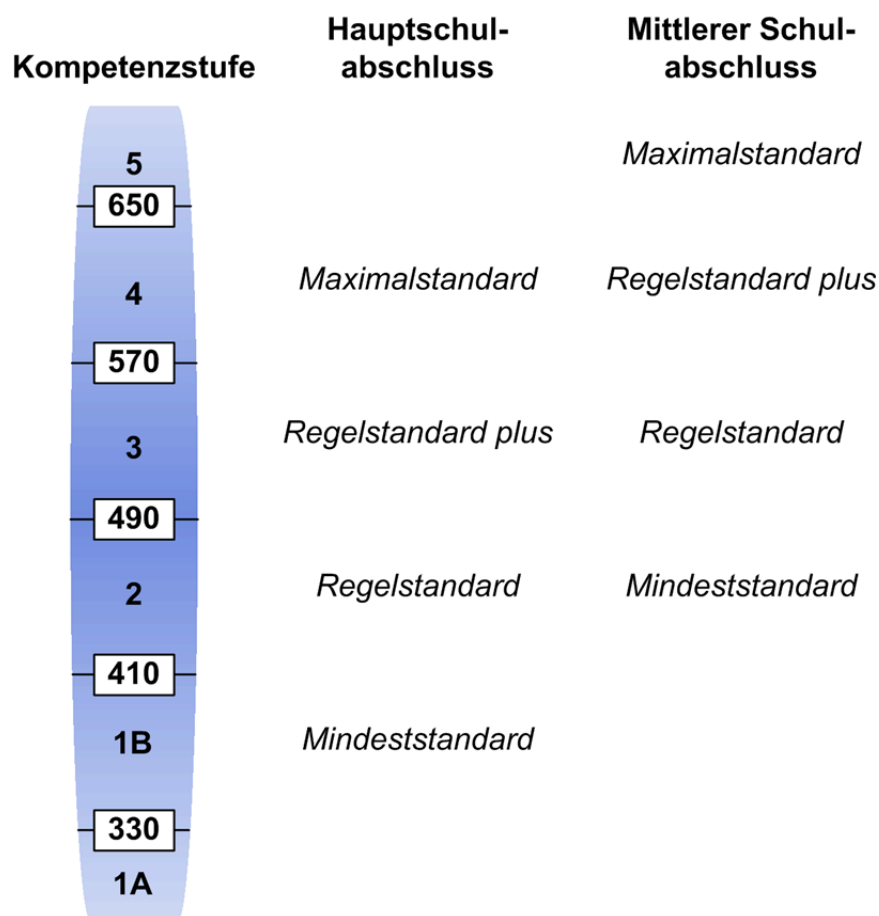


Abbildung 3: Lage von Mindest- und Regelstandards für die HSA- bzw. MSA-Population auf dem integrierten Kompetenzstufenmodell Mathematik

Die unterste Stufe, Kompetenzstufe 1A, wurde nach oben hin bei 330 Punkten begrenzt. Auf dieser Stufe werden Kompetenzstände erreicht, die das Verfehlen der Mindestanforderungen auch für HSA-Schülerinnen und Schüler indizieren. Die zweite Stufe, Kompetenzstufe 1B (bis 410 Punkte), umfasst Kompetenzen, die typischerweise zu Beginn eines Hauptschulbildungsganges erreicht werden sollten. Dies bedeutet, dass auf dieser Stufe in der Tat basale Bereiche der Hauptschulmathematik beherrscht werden. Man kann hier von einem *Mindeststandard* für den Hauptschulbildungsgang sprechen. Es muss die Anstrengung aller Länder sein, die Schülerinnen und Schüler der Hauptschulbildungsgänge in absehbarer Zeit wenigstens auf dieses Kompetenzniveau zu heben. Langfristig sollten aber alle Bestrebungen dahin gehen, das Bildungsminimum bei Kompetenzstufe 2 und damit analog zum Mindeststandard für die zum MSA führenden Bildungsgänge anzusetzen. Andernfalls besteht die Gefahr, dass diese Schüler selbst in einfachen mathemathikhaltigen schulischen, alltäglichen oder beruflichen Situationen nicht ohne Hilfe zurechtkommen.

Um die Schülerklientel aus Hauptschulbildungsgängen durch gezielte Fördermaßnahmen langfristig an Kompetenzstufe 2 als Mindeststandard heranzuführen, hatte die 196. Amtschefskonferenz (13.11.2008) die Entwicklung einer unter den Ländern abgestimmten Förderstrategie beschlossen, die von der 329. Kultusministerkonferenz (4.3.2010) verabschiedet wurde. Darin werden zum einen die vorhandenen Maßnahmen zur Förderung von leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern in fünf Strategiebereichen gegliedert dargestellt – verbunden mit der Empfehlung an die Länder, diese Maßnahmen in den nächsten Jahren verstärkt fortzuführen und weiterzuentwickeln. Zum anderen werden in neun Leitlinien Ansätze benannt, die eine Orientierung für die weiteren Anstrengungen zur verbesserten Förderung bieten sollen.

Der *Regelstandard*, den die Schüler des Hauptschulbildungsgangs zumindest *im Durchschnitt* erfüllen sollen, ist demgemäß zurzeit auf der Kompetenzstufe 2 anzusetzen. Wer den Regelstandard für den Mittleren Schulabschluss erfüllt, soll über „Sekundarstufe I-typische“ mathematische Kompetenzen verfügen, die sowohl einen Beitrag dazu leisten, in Alltag und Beruf als „mündiger Bürger“ zu handeln, als auch eine mathematische Grundbildung konstituieren, die u. a. elementare Begründungen, basale Begriffsbildungen und Standardmodellierungen mit einschließt. Dieser MSA-Regelstandard kann in der Kompetenzstufe 3 (ab 490 Punkten) als erfüllt angesehen werden. Mit hinreichender Sicherheit können allerdings nur diejenigen Schülerinnen und Schüler dem Regelstandard entsprechende Aufgaben lösen, die in der oberen Hälfte dieser Kompetenzstufe liegen.

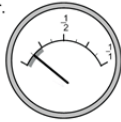
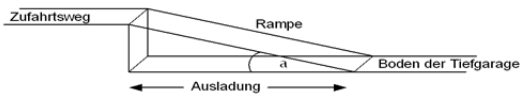


Mit Erreichung der Kompetenzstufe 4 (ab 570 Punkten) werden bereits die Regelstandards für den Mittleren Schulabschluss überschritten. Schülerinnen und Schüler in diesem Bereich verfügen über mathematische Kompetenzen, die über die grundlegenden Zielsetzungen der Bildungsstandards hinausgehen und ein Kompetenzniveau abbilden, das auf der Basis curricularer Vorgaben Ziel schulischen Unterrichts sein sollte. Will man ein Label für diese Stufe verwenden, so könnte man von *Regelstandards plus* für die MSA-Population sprechen. Schülerinnen und Schüler aus HSA-Bildungsgängen, die Leistungen auf Kompetenzstufe 4 zeigen, erfüllen dagegen bereits auf dieser Stufe den *Maximalstandard*.

Deutlich anspruchsvollere Aufgaben liegen in Kompetenzstufe 5, die bei 650 Punkten beginnt. Schülerinnen und Schüler, die auch diese Aufgaben hinreichend sicher lösen können,

bilden die MSA-Spitzengruppe und erreichen *Maximalstandards*, die wesentlich über die grundlegenden Ziele der Sekundarstufe I hinausgehen und unter optimalen Lehr-Lernbedingungen erreicht werden.

Im Folgenden beschreiben wir die Anforderungen der Aufgaben, deren Kennwerte in den jeweiligen Kompetenzstufen 1A bis 5 liegen, in relativ globaler Weise, zunächst über alle Leitideen hinweg. Eine gesonderte Darstellung jeder der fünf Leitideen erfolgt zu einem späteren Zeitpunkt. Zudem illustrieren wir die einzelnen Stufen mithilfe von zugehörigen Beispielaufgaben. Ganz im Sinne der Grundannahme, dass sich Kompetenzen in den beherrschten Aufgaben manifestieren, zeigen diese Beispiele, welche Aufgaben auf der entsprechenden Stufe mit einiger Sicherheit gelöst werden. D. h. die Beispiele zeigen, was Schülerinnen und Schüler der jeweiligen Stufen können, und verleihen damit ihren Kompetenzen konkrete Gestalt. In den Beschreibungen der einzelnen Stufen finden sich Formulierungen wieder, wie sie schon bei der Beschreibung der kompetenzspezifischen Anforderungsbereiche vorgekommen sind. Das ist naheliegend, handelt es sich doch in beiden Fällen um Beschreibungen von gewissen Aspekten der einzelnen Kompetenzen. Der Unterschied ist – dies sei hier nochmals betont –, dass die drei Anforderungsbereiche im Vorhinein *theoretisch angenommene* Niveaus darstellen, während die sechs Kompetenzstufen *normativ gesetzte, aber auf empirischer Datenbasis beruhende* Stufen widerspiegeln (wobei kognitiv anspruchsvollere Aufgaben natürlich tendenziell schwerer sind).


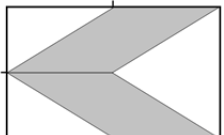
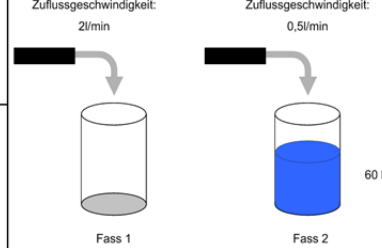
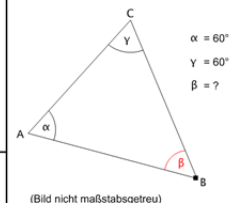
Kompetenzstufe

5	680	<p>Stadion 2: Ein Fußballstadion hat 14600 Plätze, davon sind 5300 Sitzplätze und 9300 Stehplätze. Ein Sitzplatz kostet 14,00 € und ein Stehplatz 5,00 €. Welche Belegungen des Stadions ergeben eine Einnahme von 100000,- €? Es gibt mehrere Möglichkeiten. Gib zwei davon konkret an. Schreib auf, wie du zu diesen Ergebnissen gekommen bist.</p>
650	620	<p>Tankanzeige: Der Tank des Autos von Herrn Müller fasst laut Hersteller maximal 55 Liter. An der Tankanzeige erkennt man den aktuellen Füllstand: Die nächste Tankstelle ist 60 km entfernt. Kann Herr Müller bei einem durchschnittlichen Benzinverbrauch von 7,5 Liter pro 100 km noch bis zu dieser Tankstelle fahren? Begründe deine Antwort.</p> 
4	510	<p>Tiefgarage 1: Die Rampe zu einer Tiefgarage hat eine Ausladung (siehe Bild) von 15 m. Der Boden der Tiefgarage liegt 2,90 m tiefer als der Zufahrtsweg.</p>  <p>Welche Länge hat die Rampe? Kreuze die Zahl an, die deiner Berechnung am nächsten kommt.</p> <p><input type="checkbox"/> 12, 10 m <input type="checkbox"/> 14, 70 m <input type="checkbox"/> 15, 30 m <input type="checkbox"/> 17, 90 m</p>
570	490	<p>Zapfsäule 1:</p>  <p>Wie viel erhält der Staat bei der dargestellten Tankfüllung an Steuern? Kreuze die richtige Antwort an.</p> <p><input type="checkbox"/> 15,80 € <input type="checkbox"/> 34,47 € <input type="checkbox"/> 42,71 € <input type="checkbox"/> 73,- € <input type="checkbox"/> 90,45 €</p> <p>Eine Tankstelle informiert mit dem Aufkleber „Je Euro 73 Cent Steuern“ über die Steuerbelastung beim Benzinpreis.</p>
490	400	<p>Blitz und Donner: Bei einem Gewitter kann man über die Zeit, die zwischen Blitz und Donner vergeht, die Entfernung des Gewitters berechnen. Bei einem Herbstgewitter liegen zwischen Blitz und Donner 6 Sekunden. Wie weit ist das Gewitter ungefähr entfernt, wenn der Schall pro Sekunde ca. 0,3 km zurücklegt? Kreuze die richtige Lösung an.</p> <p><input type="checkbox"/> 1,8 km <input type="checkbox"/> 6,3 km <input type="checkbox"/> 18 km <input type="checkbox"/> 20 km</p>
410	310	<p>Rechteck: Ein Rechteck ist 4 cm lang und 3 cm breit. Wie groß ist sein Flächeninhalt? Kreuze an.</p>  <p>(Zeichnung nicht maßgenau)</p> <p><input type="checkbox"/> 12 cm² <input type="checkbox"/> 7 cm <input type="checkbox"/> 7 cm² <input type="checkbox"/> 12 cm <input type="checkbox"/> 14 cm</p>
330	310	
1A		

Aus Platzgründen sind die Aufgaben in modifiziertem Layout dargestellt.

Abbildung 4: Illustration der Kompetenzstufen Stufen mithilfe von zugehörigen Beispielaufgaben (1)

Kompetenzstufe

5	750	<p>Das unmögliche Dreieck:</p>  <p>Begründe, warum es kein Dreieck mit diesen Maßen geben kann.</p>										
		<p>Parallelogramm:</p>  <p>In einem Rechteck wurden drei Seitenmitten markiert und zwei Parallelogramme eingezeichnet (siehe Bild). Welcher Bruchteil des Rechtecks ist dunkel gefärbt? Schreib auf, wie du zu deinem Ergebnis gekommen bist.</p>										
4	620	<p>Zwei Fässer 1:</p>  <p>Zuflussgeschwindigkeit: 2l/min (Fass 1), 0,5l/min (Fass 2). Jedes der beiden dargestellten Fässer fasst genau 100 l. Sie werden mit Wasser gefüllt. Zu Beginn des Füllvorgangs enthält Fass 2 bereits 60 l. Fass 1 wird mit 2 l/min gleichmäßig gefüllt, Fass 2 mit 0,5 l/min. 60 l</p> <p>Stimmt es, dass Fass 2 zuerst überläuft? Schreib auf, wie du zu deiner Entscheidung gekommen bist.</p>										
		<p>Brüche vergleichen:</p> <p>Welcher der beiden Brüche $\frac{2}{5}$ und $\frac{4}{7}$ ist kleiner? Kreuze die Antwort mit der richtigen Begründung an.</p> <p><input type="checkbox"/> $\frac{2}{5}$ ist kleiner als $\frac{4}{7}$, weil der Zähler von $\frac{2}{5}$ kleiner ist als der Zähler von $\frac{4}{7}$.</p> <p><input type="checkbox"/> $\frac{2}{5}$ ist kleiner als $\frac{4}{7}$, weil 2 von 5 Teilen weniger als die Hälfte ist und 4 von 7 Teilen mehr als die Hälfte.</p> <p><input type="checkbox"/> $\frac{4}{7}$ ist kleiner als $\frac{2}{5}$, weil der Nenner von $\frac{4}{7}$ größer ist als der Nenner von $\frac{2}{5}$.</p> <p><input type="checkbox"/> $\frac{2}{5}$ ist größer als $\frac{4}{7}$, weil der Zähler bei $\frac{2}{5}$ nur durch 5 und nicht durch 7 geteilt wird.</p>										
3	560	<p>Dreieckswinkel 1:</p> <p>Tim ist sich sicher, dass der gesuchte Winkel β eine Größe von 60° hat. Was meinst du dazu?</p>  <p>Kreuze hierzu die richtige Antwort an.</p> <p><input type="checkbox"/> Die Frage kann ohne weitere Angaben zu den Seitenlängen des Dreiecks nicht beantwortet werden, da das Dreieck durch die Angabe der Winkel α und γ nicht eindeutig bestimmt ist.</p> <p><input type="checkbox"/> Da die Innenwinkelsumme in einem Dreieck immer 180° beträgt, gilt $\beta = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$.</p> <p><input type="checkbox"/> $\beta = 60^\circ$, da nach dem Satz des Pythagoras gilt: $a^2 + \beta^2 = \gamma^2$.</p> <p><input type="checkbox"/> Wegen $a = \gamma$ ist das Dreieck gleichschenkelig, mit \overline{AC} als Basis. Deshalb ist β kleiner als α und γ, ungefähr 50°.</p>										
		<p>Rapido:</p> <p>Aus der Preistabelle des Paketdienstes „Rapido“ kann man zu jedem Paketgewicht den zugehörigen Preis ablesen:</p> <table border="1" data-bbox="502 1680 774 1904"> <tr><td>Bis 1 kg</td><td>3,50 €</td></tr> <tr><td>Über 1 kg bis 2 kg</td><td>4,00 €</td></tr> <tr><td>Über 2 kg bis 3 kg</td><td>4,50 €</td></tr> <tr><td>Über 3 kg bis 5 kg</td><td>5,00 €</td></tr> <tr><td>Über 5 kg bis 8 kg</td><td>5,50 €</td></tr> <tr><td>Über 8 kg bis 10 kg</td><td>6,00 €</td></tr> </table> <p>Beantworte mit Hilfe der Tabelle folgende Fragen: Wie viel kostet ein Paket, das 9 kg wiegt? Kreuze die richtige Lösung an.</p> <p><input type="checkbox"/> 5,50 € <input type="checkbox"/> 6,00 € <input type="checkbox"/> 9,00 € <input type="checkbox"/> 13,50 €</p>	Bis 1 kg	3,50 €	Über 1 kg bis 2 kg	4,00 €	Über 2 kg bis 3 kg	4,50 €	Über 3 kg bis 5 kg	5,00 €	Über 5 kg bis 8 kg	5,50 €
Bis 1 kg	3,50 €											
Über 1 kg bis 2 kg	4,00 €											
Über 2 kg bis 3 kg	4,50 €											
Über 3 kg bis 5 kg	5,00 €											
Über 5 kg bis 8 kg	5,50 €											
Über 8 kg bis 10 kg	6,00 €											
2	490	470										
1B	410	370										
1A	330	250										

Aus Platzgründen sind die Aufgaben in modifiziertem Layout dargestellt.

Abbildung 5: Illustration der Kompetenzstufen Stufen mithilfe von zugehörigen Beispielaufgaben (2)

5	700	<p>Automüll:</p> <p>Das folgende Diagramm zeigt die zahlenmäßige Entwicklung der verschrotteten Autos in Deutschland. Weiter sind auch die durchschnittlichen Materialbestandteile eines Schrottautos angegeben.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>Wohin mit dem Auto-Müll?</p> <p>So viele Autos wurden jährlich auf dem Gebiet der Bundesrepublik verschrottet. (in Mio.)</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>Daraus besteht ein Schrottauto: (ca. 12,5 Jahre alt, 1.000 kg)</p> <table border="1"> <tr><td>Stahl/Eisen</td><td>710 kg</td></tr> <tr><td>Gummi</td><td>90 kg</td></tr> <tr><td>Kunststoffe</td><td>60 kg</td></tr> <tr><td>Sonstige Materialien</td><td>56 kg</td></tr> <tr><td>Anderer Metalle</td><td>32 kg</td></tr> <tr><td>Glas</td><td>30 kg</td></tr> <tr><td>Aluminium</td><td>22 kg</td></tr> </table> </div> </div> <p>aus: Zeitschrift für Verkehrserziehung (November 2003)</p>	Stahl/Eisen	710 kg	Gummi	90 kg	Kunststoffe	60 kg	Sonstige Materialien	56 kg	Anderer Metalle	32 kg	Glas	30 kg	Aluminium	22 kg	<p>Kreuze jeweils an, ob die Aussage richtig oder falsch ist.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Aussage</th> <th>richtig</th> <th>falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Von 1970 bis 2000 hat sich die Anzahl der jährlich verschrotteten Autos mindestens verdreifacht.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Der absolute Anstieg der Anzahl der Schrottautos von 1960 bis 1970 und von 1989 bis 2000 ist etwa gleich groß.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>In den Jahren von 1980 bis einschließlich 1989 sind insgesamt zwei Millionen Autos verschrottet worden.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>1989 wurden etwa 100000 Autos mehr verschrottet als 1980.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Ein Schrottauto besteht zu mehr als aus Stahl- und Eisenteilen.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Bei einem Schrottauto machen Gummiteile 9 % der Gesamtmasse aus.</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>	Aussage	richtig	falsch	Von 1970 bis 2000 hat sich die Anzahl der jährlich verschrotteten Autos mindestens verdreifacht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Der absolute Anstieg der Anzahl der Schrottautos von 1960 bis 1970 und von 1989 bis 2000 ist etwa gleich groß.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	In den Jahren von 1980 bis einschließlich 1989 sind insgesamt zwei Millionen Autos verschrottet worden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1989 wurden etwa 100000 Autos mehr verschrottet als 1980.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Ein Schrottauto besteht zu mehr als aus Stahl- und Eisenteilen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Bei einem Schrottauto machen Gummiteile 9 % der Gesamtmasse aus.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		Stahl/Eisen	710 kg																																			
Gummi	90 kg																																					
Kunststoffe	60 kg																																					
Sonstige Materialien	56 kg																																					
Anderer Metalle	32 kg																																					
Glas	30 kg																																					
Aluminium	22 kg																																					
Aussage	richtig	falsch																																				
Von 1970 bis 2000 hat sich die Anzahl der jährlich verschrotteten Autos mindestens verdreifacht.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																				
Der absolute Anstieg der Anzahl der Schrottautos von 1960 bis 1970 und von 1989 bis 2000 ist etwa gleich groß.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																				
In den Jahren von 1980 bis einschließlich 1989 sind insgesamt zwei Millionen Autos verschrottet worden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																				
1989 wurden etwa 100000 Autos mehr verschrottet als 1980.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																				
Ein Schrottauto besteht zu mehr als aus Stahl- und Eisenteilen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																				
Bei einem Schrottauto machen Gummiteile 9 % der Gesamtmasse aus.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																				
4	570	<p>Rotation 1:</p> <p>Das nebenstehende rechtwinklige Dreieck rotiert um die Kathete b. Dabei entsteht ein Körper. Was für ein Körper entsteht?</p> <p>Kreuze an.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <input type="checkbox"/> Pyramide <input type="checkbox"/> Kreiszylinder <input type="checkbox"/> Kreiskegel <input type="checkbox"/> Quader <input type="checkbox"/> Kugel </div>																																				
		<p>Conflix 1:</p> <p>Das Foto zeigt eine Spielsituation kurz vor dem Erreichen des Zielfeldes. Die Figur F1 ist am Zug, danach wäre F2 an der Reihe, dann F3. Wer an der Reihe ist, würfelt mit einem normalen Spielwürfel und kann dann die gewürfelte Augenzahl in Richtung Ziel weiterziehen. Falls die Figur damit auf ein Feld kommt, wo schon eine gegnerische Figur steht, wird diese hinausgeworfen. Das Zielfeld muss punktgenau erreicht werden, bei einer größeren Augenzahl muss man stehen bleiben. Z. B. braucht F3 genau eine „2“, um ins Ziel zu kommen.</p> <p>Mit welcher Wahrscheinlichkeit erreicht F1 mit dem nächsten Wurf das Ziel?</p> <p>Kreuze an.</p> <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: flex-start;"> <input type="checkbox"/> 6 <input type="checkbox"/> $\frac{1}{6}$ <input type="checkbox"/> 6 % <input type="checkbox"/> 60 % <input type="checkbox"/> Das kann man nicht wissen. </div>																																				
3	510	<p>Freizeitverhalten1:</p> <p>Eine Umfrage zum Freizeitverhalten von 25 Schülerinnen und Schülern einer 8. Klasse hat ergeben, dass</p> <ul style="list-style-type: none"> 24 regelmäßig fernsehen, 7 ein Haustier pflegen, 4 ein Musikinstrument spielen und 9 regelmäßig Sport treiben. <p>Das nebenstehende Diagramm soll dies darstellen. Ergänze im Diagramm die Säule für Sport</p>																																				
		<p>Schlüsselbund:</p> <p>Gaby hat an ihrem Schlüsselbund 3 Schlüssel, die sich sehr ähnlich sehen, aber für verschiedene Türen vorgesehen sind. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Tür mit dem ersten Schlüssel, den sie zufällig probiert, aufgeht?</p> <p>Kreuze an.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <input type="checkbox"/> 1/6 <input type="checkbox"/> 0,3 <input type="checkbox"/> 1/3 <input type="checkbox"/> 1/2 <input type="checkbox"/> 1 </div>																																				
2	420	<p>Feriengeld:</p> <p>Wenn Beate jeden Tag 10,- € ausgibt, reicht ihr Feriengeld für 9 Tage. Wie lange reicht es, wenn Beate nur 6,- € täglich ausgibt?</p> <p>Kreuze an.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <input type="checkbox"/> 5 Tage <input type="checkbox"/> 10 Tage <input type="checkbox"/> 15 Tage <input type="checkbox"/> 20 Tage <input type="checkbox"/> 25 Tage </div>																																				
1B	330																																					
1A	320																																					

Aus Platzgründen sind die Aufgaben in modifiziertem Layout dargestellt.

Abbildung 6: Illustration der Kompetenzstufen Stufen mithilfe von zugehörigen Beispielaufgaben (3)

Beschreibungen der Kompetenzstufen global

Kompetenzstufe 1A (unter 330)

Schüler(innen) in dieser Kompetenzstufe können

- einschrittige Operationen mit natürlichen Zahlen durchführen,
- vorgegebenen natürlichen Maßzahlen (in einfachen Realkontexten) die zugehörigen Maßeinheiten zuordnen,
- einfache ebene bzw. räumliche Objekte (z.B. Quadrat oder Würfel) benennen und skizzieren,
- aus kurzen, einfachen mathematikhaltigen Texten oder Darstellungen einzelne Informationen entnehmen,
- bei inhaltlich gegebenen einfachen Folgen die unmittelbar nächsten Folgenglieder ermitteln,
- Trefferchancen bei einfachen vertrauten Zufallsexperimenten nach Größe vergleichen.

Benötigte Kompetenzen(vgl. Beschreibungen von K1, K2, etc. im Abschnitt "Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen"):

K1: ---

K2: ausschließlich Routineverfahren verwenden

K3: einfachste Standardmodelle anwenden

K4: einfachste bekannte Darstellungen verwenden

K5: einschrittige Standardverfahren im Bereich der natürlichen Zahlen anwenden

K6: aus kurzen Texten eine Information entnehmen

Kompetenzstufe 1B (330 bis unter 410)

Schüler(innen) in dieser Kompetenzstufe können zudem

- vorgegebene Argumentationen zu überschaubaren mathematischen Sachverhalten nachvollziehen,
- einfache Beziehungen zwischen bekannten Polyedern und deren Netzen herstellen,
- Routineverfahren bei bekannten geometrischen oder algebraischen Objekten und Darstellungen verwenden,
- mit vertrauten einfachen Formeln und Symbolen umgehen,
- vertraute und direkt erkennbare arithmetische Modelle in vertrauten Realkontexten anwenden,
- Wahrscheinlichkeiten für Elementarereignisse bei vertrauten Zufallsexperimenten (z.B. Würfeln, Los ziehen) berechnen.

Benötigte Kompetenzen:

- K1: einfachste Standardargumentationen nachvollziehen
- K2: einfache Verfahren verwenden
- K3: einfache Standardmodelle anwenden
- K4: bekannte Darstellungen verwenden
- K5: einschrittige Standardverfahren anwenden
- K6: aus überschaubaren Texten einzelne Informationen entnehmen

Kompetenzstufe 2 (410 bis unter 490)

Schüler(innen) dieser Kompetenzstufe können zudem

- einfache Standardargumentationen wiedergeben,
- einfache Problemaufgaben mit bekannten Verfahren lösen,
- wenigschrittige direkt umsetzbare Operationen mit einfachem Zahlenmaterial (im Realkontext) durchführen,
- einfache Beziehungen zwischen Mathematik und Realität herstellen,
- einfache Darstellungen verwenden und Beziehungen zwischen zwei solchen herstellen,
- einfache geometrische Konstruktionen durchführen,
- zwischen verschiedenen bekannten Darstellungen übersetzen,
- elementares begriffliches Wissen wiedergeben,
- relevante Informationen aus mehreren gegebenen auswählen.

Benötigte Kompetenzen:

- K1: einfachste Standardargumentationen durchführen
- K2: einfache vertraute Problemlösestrategien anwenden
- K3: direkt umsetzbare Modellierungen vornehmen
- K4: einfache Darstellungen verwenden und Beziehungen zwischen zwei solchen herstellen
- K5: wenigschrittige Standardverfahren anwenden
- K6: aus Texten/Tabellen einzelne Informationen entnehmen

Kompetenzstufe 3 (490 bis unter 570)

Schüler(innen) dieser Kompetenzstufe können zudem

- selbstständig einfache Argumentationen in einem überschaubaren mathematischen Kontext durchführen,
- Probleme bearbeiten, deren Lösung die Anwendung einer naheliegenden Strategie erfordert,
- einem mathematischen Modell passende Situationen zuordnen,
- Modellierungen vornehmen, die wenige Schritte erfordern und vertraute Kontexte beinhalten,
- einfache geometrische Konstellationen analysieren,
- zwischen verschiedenen Darstellungen übersetzen,
- einschrittige Operationen mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen durchführen,
- wenigschrittige Operationen mit Zahlen oder Größen vorwärts und rückwärts durchführen,
- überschaubare Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse verständlich darstellen

Benötigte Kompetenzen:

- K1: überschaubare eigene Argumentationen durchführen
- K2: naheliegende Problemlösestrategien anwenden
- K3: wenigschrittige Modellierungen in vertrauten Kontexten vornehmen
- K4: Beziehungen zwischen unterschiedlichen Darstellungen herstellen
- K5: mehrschrittige Standardverfahren und einschrittige Verfahren mit Variablen anwenden
- K6: überschaubare Lösungswege verständlich darlegen

Kompetenzstufe 4 (570 bis unter 650)

Schüler(innen) dieser Kompetenzstufe können zudem

- überschaubare mehrschrittige Argumentationen erläutern bzw. entwickeln,
- Probleme bearbeiten, deren Lösung die Anwendung einer selbstentwickelten Strategie erfordert,
- mehrschrittige Modellierungen in komplexen Realkontexten durchführen,
- eigene Darstellungen zielgerichtet erstellen,
- mathematische Operationen verständnisorientiert anwenden,
- mehrschrittige Operationen mit Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen durchführen,
- Informationen aus längeren mathematikhaltigen Texten zielgerichtet entnehmen.

Benötigte Kompetenzen:

- K1: mehrschrittige Argumentationen selbst entwickeln
- K2: selbst entwickelte Problemlösestrategien anwenden
- K3: mehrschrittige Modellierungen vornehmen
- K4: eigene Darstellungen erstellen
- K5: mehrschrittige Operationen mit Variablen ausführen
- K6: aus längeren Texten mehrere Informationen entnehmen

Kompetenzstufe 5 (650 und darüber)

Schüler(innen) dieser Kompetenzstufe können zudem

- komplexe Argumentationen erläutern bzw. selbst entwickeln und bewerten,
- anspruchsvolle Probleme bearbeiten und Lösungswege reflektieren,
- komplexe außermathematische Problemsituationen mit selbst entwickelten Modellen bearbeiten,
- Verwendete mathematische Modelle reflektieren und kritisch beurteilen,
- verschiedene Formen von Darstellungen beurteilen,
- Möglichkeiten und Grenzen der Nutzung mathematischer Operationen reflektieren,
- Algebraisierungen durchführen,
- Lösungsverfahren bewerten,
- komplexe mathematische Sachverhalte präsentieren,
- umfangreiche oder logisch komplexe mathematikhaltige Texte Sinn entnehmend erfassen.

Benötigte Kompetenzen:

- K1: komplexe Argumentationen entwickeln und bewerten
- K2: anspruchsvolle Problemlösestrategien anwenden und reflektieren
- K3: mehrschrittige komplexe Modellierungen vornehmen und beurteilen
- K4: komplexe Darstellungen anfertigen bzw. kritisch beurteilen
- K5: komplexe innermathematische Verfahren anwenden und kritisch hinterfragen
- K6: Sinn entnehmend Informationen aus komplexen Texten gewinnen

Verteilung der Schülerinnen und Schüler auf die Kompetenzstufen

Die Abbildungen 7 bis 9 illustrieren die empirische Verteilung der Mathematikleistung von Schülerinnen und Schülern am Ende der Sekundarstufe 1. Abbildung 7 verwendet die aus den PISA-Studien bekannte Darstellung der Kompetenzverteilung für die Jahrgänge 9 und 10 jeweils insgesamt sowie für die Jahrgangsstufe 9 aufgeschlüsselt nach angezieltem Abschluss. Die Abbildungen 8 bzw. 9 zeigen die prozentuale Verteilung in Jahrgangsstufe 10 bzw. 9 auf die Kompetenzstufen und damit die Erreichung der Standards.

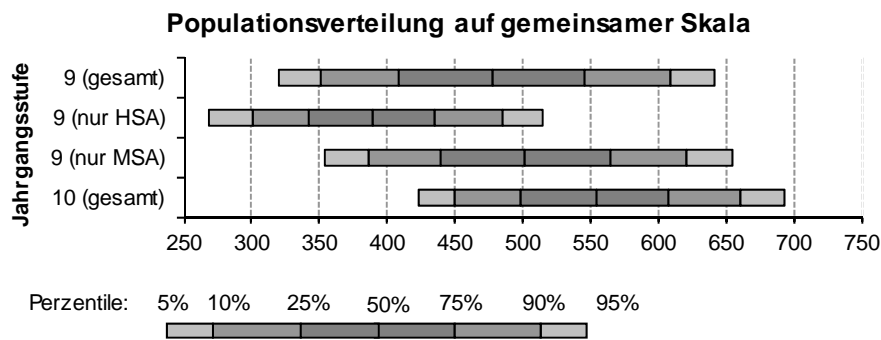


Abbildung 7: Kompetenzverteilung nach Jahrgangsstufe

Bei Schülerinnen und Schülern, die den MSA anstreben, beträgt die Leistungsdifferenz zwischen der 9. und 10. Jahrgangsstufe im Mittel rund 50 Punkte.⁷ Dies stellt damit eine Schätzung des durchschnittlich erwartbaren Kompetenzzuwachses im letzten Schuljahr der Sekundarstufe I für die MSA-Population dar. Bei der Verteilung der Schülerinnen und Schüler auf die sechs Kompetenzstufen ist erkennbar (vgl. Abbildung 8), dass lediglich 3 Prozent der Zehntklässler sich auf der Kompetenzstufe 1A oder 1B befinden und damit Mindeststandards mathematischer Bildung für den MSA verfehlen. Der Abbildung ist weiterhin zu entnehmen, dass rund 78 Prozent der berücksichtigten Jugendlichen am Ende der 10. Jahrgangsstufe die in den Bildungsstandards formulierten Erwartungen für den MSA erfüllen (Stufen 3 bis 5). Bei der Interpretation ist allerdings wiederum zu beachten, dass keine Hauptschulen in die Stichprobe der Jahrgangsstufe 10 aufgenommen wurden. Dies dürfte zu leicht positiv verzerrten Ergebnissen führen.

⁷ Da ein großer Teil der Hauptschülerinnen und Hauptschüler nach der neunten Jahrgangsstufe die Schule verlässt, eignen sich die Leistungen der *gesamten* neunten Jahrgangsstufe (oberster Balken in Abb. 7) nicht zum Vergleich mit jenen der zehnten Jahrgangsstufe.

Erwartungsgemäß erreichen die Schülerinnen und Schüler in der Jahrgangsstufe 9 durchschnittlich niedrigere Kompetenzstufen. Dies ist in Abbildung 9 illustriert. Es wird dabei ersichtlich, dass 19 Prozent der Schülerinnen und Schüler, die den HSA anstreben, nicht über die Kompetenzstufe 1A hinauskommen und damit die Minimal-Zielstellungen der Sekundarstufe I klar verfehlen.

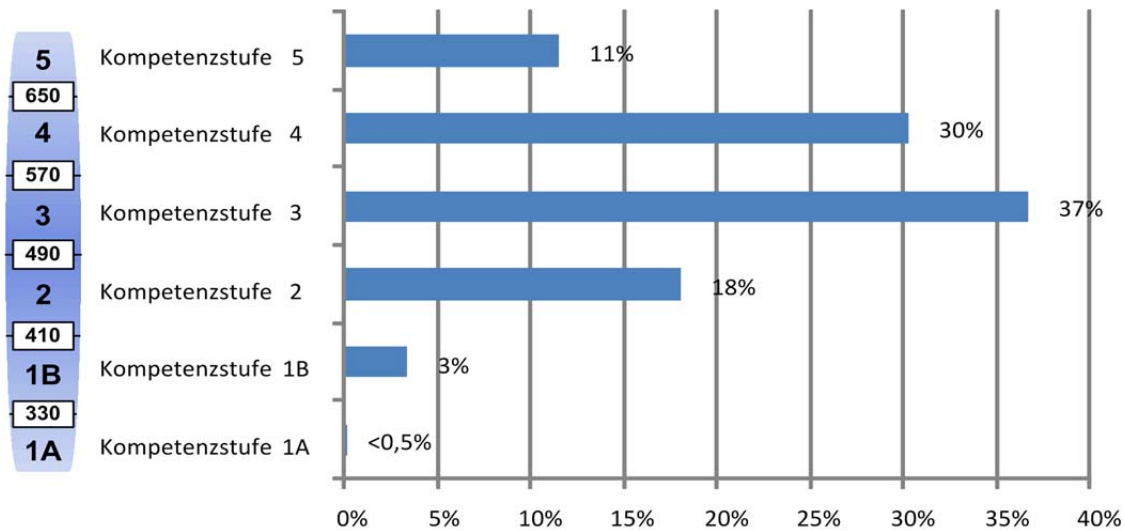


Abbildung 8: Verteilung der Schülerinnen und Schüler der 10. Jahrgangsstufe auf die sechs Kompetenzstufen

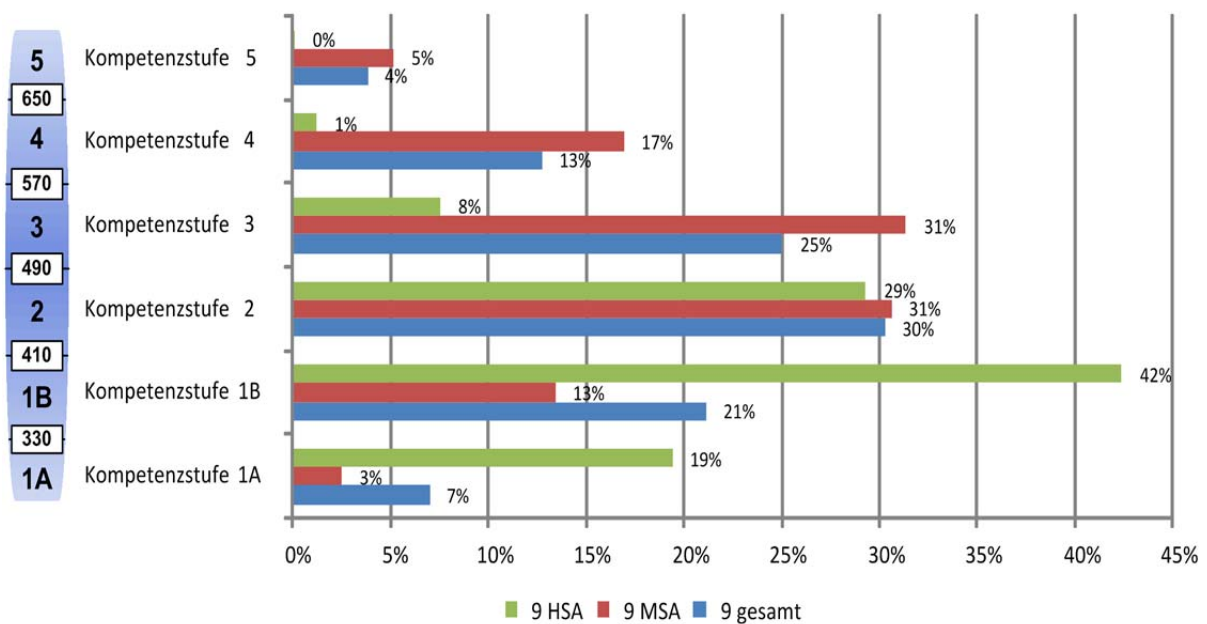


Abbildung 9: Verteilung der Schülerinnen und Schüler der 9. Jahrgangsstufe auf die sechs Kompetenzstufen gesamt und nach Abschluss

Implikationen für die Ergebnisdarstellung des stichprobenbasierten Ländervergleichs in der 9. Jahrgangsstufe

Aufgrund der vorliegenden empirischen Befunde ist davon auszugehen, dass die Leistungen von der 9. bis zur 10. Jahrgangsstufe in der MSA-Population um 30 bis 50 Punkte zunehmen. Für den Ländervergleich wird dies bei der Berichterstattung über die prozentualen Anteile auf den Kompetenzstufen berücksichtigt werden. Dies wird dazu dienen, dass in der Öffentlichkeit keine irreführenden Prozentsätze von Schülerinnen und Schülern diskutiert werden, die die Mindest- oder Regelstandards verfehlen.

Implikationen für flächendeckende Vergleichsarbeiten/ Lernstandserhebungen in der 8. Jahrgangsstufe

In den Plöner Beschlüssen von 2006 hat die Kultusministerkonferenz festgelegt, dass Vergleichsarbeiten in der Sekundarstufe I in Anlehnung oder Ankopplung an die Bildungsstandards für die Sekundarstufe I durchgeführt werden sollen (VERA 8). Die Aufgabenentwicklung und -normierung dafür wird im IQB realisiert. Ab dem Jahr 2008 wurden vom IQB für die Länder Aufgaben für Lernstandserhebungen im Fach Mathematik in der 8. Jahrgangsstufe bereitgestellt. Die dort gemachten Erfahrungen zeigen, dass sich die Leistungen in der 8. Jahrgangsstufe auf dem bisherigen MSA-Kompetenzstufenmodell nur unzureichend abtragen lassen. Insbesondere die Leistungen von Schülerinnen und Schülern in Hauptschulbildungsgängen können auf dem MSA-Modell nicht ausreichend differenziert abgebildet werden. Hinzu kommt, dass in der 8. Jahrgangsstufe oft noch nicht mit genügender Sicherheit angegeben werden kann, ob ein Schüler einen HSA oder MSA anstrebt. Durch das hier vorgelegte integrierte Modell können in der 8. Jahrgangsstufe nun differenzierter Hinweise gewonnen werden, ob Schülerinnen und Schüler bereits Leistungsniveaus erreicht haben, die vermuten lassen, dass in den Folgejahren die in den Standards formulierten Leistungserwartungen für den HSA und den MSA erreicht werden.

Dessen ungeachtet wird zu prüfen sein, ob eigene Kompetenzstufenmodelle und entsprechende Beschreibungen für die 8. Jahrgangsstufe entwickelt werden müssen, die eine validere Beschreibung der Kompetenzstände in der 8. Klasse erlauben