

Didaktische Handreichung: Ansichten eines Tisches

Leitidee	Raum und Form (L3)
Allgemeine Kompetenzen	Mathematisch modellieren (K3) Mathematisch kommunizieren (K6)
Anforderungsbereich	I
Kompetenzstufe	1a

Aufgabenbezogener Kommentar

In der Aufgabe „Ansichten eines Tisches“ wird gedanklich mit verschiedenen Körpern gearbeitet. Somit gehört die Aufgabe zur Leitidee *Raum und Form* (L3).

Um die Bilder den unterschiedlichen Ansichten zuordnen zu können, sind die konkreten Gegenstände (Glas, Tasse, Teller) unerheblich. Einzig ihre geometrischen Formen sind relevant. In diesem Sinne wird gedanklich mit Modellen operiert. Somit wird in Ansätzen die Kompetenz *Mathematisch modellieren* (K3) verlangt. Den verschiedenen Graphiken entnehmen Schülerinnen und Schüler Informationen über die Lage der einzelnen Gegenstände. Daher wird hier auch die Kompetenz *Mathematisch kommunizieren* (K6) vorausgesetzt.

Sowohl die gedankliche Operation mit Modellen als auch die Informationsentnahme aus den Graphiken erfolgt auf einem basalen Niveau. Daher gehört die Aufgabe „Ansichten eines Tisches“ in den Anforderungsbereich I.

Anregungen für den Unterricht

Diese Aufgabe im Speziellen und die Leitidee *Raum und Form* im Allgemeinen setzen bei Schülerinnen und Schüler ein räumliches Vorstellungsvermögen voraus. Das räumliche Vorstellungsvermögen wird in der Regel über mehrere Teilkompetenzen beschrieben. So z. B. durch die Teilkompetenzen des räumlichen Orientierens, des räumlichen Vorstellens und des räumlichen Denkens. Mit der räumlichen Orientierung ist die Fähigkeit gemeint, sich im Raum in Wirklichkeit oder in Gedanken gezielt bewegen zu können. Das räumliche Vorstellen beschreibt die Fähigkeit ein Objekt oder Beziehungen zwischen Objekten gedanklich reproduzieren zu können. Unter dem räumlichen Denken versteht man die Fähigkeit mit Objekten in Gedanken zu operieren. Bezogen auf die Aufgabe „Ansichten eines Tisches“ bedeutet dies, dass hier die Fähigkeit der räumlichen Orientierung verlangt wird. Um die Kameraposition zu wechseln, aus der die einzelnen Fotos gemacht wurden, müssen sich Schülerinnen und Schüler im Raum orientieren, gedanklich den Tisch entlanglaufen. Löst man hingegen die Aufgabe, indem man den Standpunkt des Betrachters gedanklich nicht ändert und stattdessen den Tisch mit seinen Objekten gedanklich bewegt, so wird dazu die Fähigkeit des räumlichen Vorstellens benötigt. Da die Objekte auf dem Tisch unbewegt bleiben, wird hier nicht die Fähigkeit des räumlichen Denkens verlangt.

Das räumliche Vorstellungsvermögen wird in mehreren Modellen zur Beschreibung menschlicher Intelligenz als einer unter mehreren entscheidenden Faktoren aufgefasst. Wenn Intelligenz ein überzeitliches Konzept darstellt, stellt sich die Frage, wie stark durch unterrichtliche Interventionen auf die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens Einfluss genommen werden kann. Tatsächlich deuten Studien darauf hin, dass das räumliche Vorstellungsvermögen in verschiedenen Altersstufen trainiert werden kann (vgl. Maier (1999): *Räumliches Vorstellungsvermögen*, Donauwörth: Auer-Verlag, S. 81). Hierfür eignet sich die sogenannte *Kopfgeometrie*. Der Begriff ist angelehnt an das bekannte Kopfrechnen. Gemeint sind Aufgaben, bei denen Schülerinnen und Schüler geometrische Probleme lediglich im Kopf lösen. Grundsätzlich werden dabei drei Phasen unterschieden (vgl. Senftleben (1996): *Erkundungen zur Kopfgeometrie*, in: *Journal für Mathematik-Didaktik* 17, H. 1, S. 49–72): (1) Die Phase der Aufgabenstellung, in der das Problem nicht bloß mündlich sondern ebenso als geschriebener Text und auch unterstützt durch Gestik, einem Bild oder einem geometrischen Modell geschildert werden kann, (2) die Phase des Arbeitens im Kopf, d. h.

zur Lösung werden tatsächlich keine Hilfsmittel verwendet und (3) die Phase der Ergebnispräsentation, in der wieder Hilfsmittel erlaubt sind. Es zeigt sich also, dass Kopfgeometrie nicht gänzlich im Kopf erfolgen muss, lediglich der Lösungsweg wird ohne Hilfsmittel beschriftet. Wenn man so will, ist die Aufgabe „Ansichten eines Tisches“ bereits eine Aufgabe der Kopfgeometrie.

Aufgaben zur Kopfgeometrie finden sich bei verschiedenen Schulbuchverlagen vor allem für Grundschulen. Doch auch in der Sekundarstufe kann das räumliche Vorstellungsvermögen durch Kopfgeometrie gefördert werden. So kann man beispielweise geometrische Körper, wie z. B. bestimmte Bauklötze, auf unterschiedliche Weise auf den Overhead-Projektor stellen und deren Umrisse an die Wand projizieren. Die Schülerinnen und Schüler können dann anhand der Projektion Vermutungen darüber abgeben, um welchen Körper es sich handeln kann, und die Vermutung begründen.