

Didaktische Kommentierung: Aufgabe Balkenwaage Tassen

Aufgabenmerkmale

Leitidee	Größen und Messen
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	mit geeigneten Einheiten und unterschiedlichen Messgeräten sachgerecht messen; Sachaufgaben mit Größen lösen
Kompetenzstufe	III
Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)

Aufgabenbezogener Kommentar

Um die Aufgabe lösen zu können, muss zunächst grundlegend der Zusammenhang zwischen der im Gleichgewicht befindlichen Waage und der Gleichheit der Summe der links und rechts aufgelegten Gewichte klar sein. Den Schülerinnen und Schülern muss zudem klar sein, dass das durch Wegnahme einer Tasse entstandene Ungleichgewicht durch Entfernen von Würfeln auf der Gegenseite ausgeglichen werden kann bzw. soll.

Die Lösung ergibt sich dann durch Nutzung der proportionalen Zuordnung des Gewichts der Würfel zum Gewicht der Tassen:

- Das Gewicht von 3 Tassen entspricht dem Gewicht von 9 Würfeln.
- Das Gewicht von 1 Tasse entspricht dem Gewicht von 3 Würfeln.
- Damit ist klar, dass 3 Würfel entfernt werden müssen, um das Gleichgewicht wieder herzustellen.

Mögliche Schwierigkeiten

Kinder, die bislang lediglich den mittelbaren Vergleich des Gewichts zweier Gegenstände über die normierte Maßeinheit „Gramm“ kennen gelernt haben (z. B. mit einer elektronischen Waage), könnten Probleme mit dem geforderten unmittelbaren Vergleich haben. Zudem kann die Findung und Nutzung der erforderlichen proportionalen Zuordnung Schwierigkeiten bereiten.

Anregungen für den Unterricht

Für Kinder mit Schwierigkeiten bei dieser Aufgabe ist der handelnde Umgang mit einer realen Balkenwaage hilfreich. Das „Nachspielen“ der Situation kann variantenreich umgesetzt werden und führt zu einem (vertieften) Verständnis des richtigen Lösungswegs.

Dabei ergibt sich automatisch ein guter Anknüpfungspunkt für die handelnde Erarbeitung der proportionalen Zuordnung:

Tassen	1	3	5	10	...
Würfel	3	9	15	30	...

Es wird klar, dass einer Anzahl Tassen immer die dreifache Menge an Würfeln gegenüber liegen muss. Dies lässt sich natürlich auch mit beliebigen anderen, jeweils gleich schweren

Gegenständen durchführen (z. B. Büroklammern, Tischtennisbällen oder normierten Gewichtsstücken), bei denen sich ggf. andere proportionale Zuordnungen ergeben.

Ergänzende, weiterführende bzw. vertiefende Fragestellungen könnten sein:

- „Kann eine Tasse auf der rechten Waagschale einfach durch drei Würfel ersetzt werden, ohne das Gleichgewicht zu stören?“ (Dies ist natürlich möglich.)
- „Wie viele halb so schwere Würfel müssten jeweils aufgelegt werden?“ Es ergibt sich eine veränderte Zuordnung mit doppelter Anzahl bei den Würfeln.
- „Wie viele doppelt so schwere Würfel müssten jeweils aufgelegt werden?“ Diese Frage führt zur Erkenntnis, dass nur gerade Anzahlen von Tassen aufgewogen werden können, da keine Bruchteile von Würfeln zugelassen sind. Anhand der Übersichtstabelle können die Schülerinnen und Schüler selbst eine einleuchtende Erklärung hierfür finden:

Tassen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
ursprüngliche Würfel	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	...
doppelt so schwere Würfel		3		6		9		12		15	

Das Hinzufügen von Zeilen für „dreimal so schwere Würfel“, „viermal so schwere Würfel“ usw. birgt weitere Möglichkeiten für Entdeckungen zu Proportionalitäten und Teilbarkeiten.

Eine andere interessante, mögliche Fortführung stellt auch die Betrachtung des Falles dar, dass nicht rechts eine Tasse, sondern links ein Würfel entfernt wird. Wie kann die Waage durch Veränderung der rechten Seite ins Gleichgewicht gebracht werden (ohne eine Tasse zu zerschlagen)? Auch hier bietet sich differenzierend der Einsatz einer realen Balkenwaage für diejenigen Schülerinnen und Schüler an, die damit Schwierigkeiten haben.