ILLUSTRIERENDE LERNAUFGABE FÜR DIE WEITERENTWICKELTEN BILDUNGSSTANDARDS IM FACH MATHEMATIK SEKUNDARSTUFE I

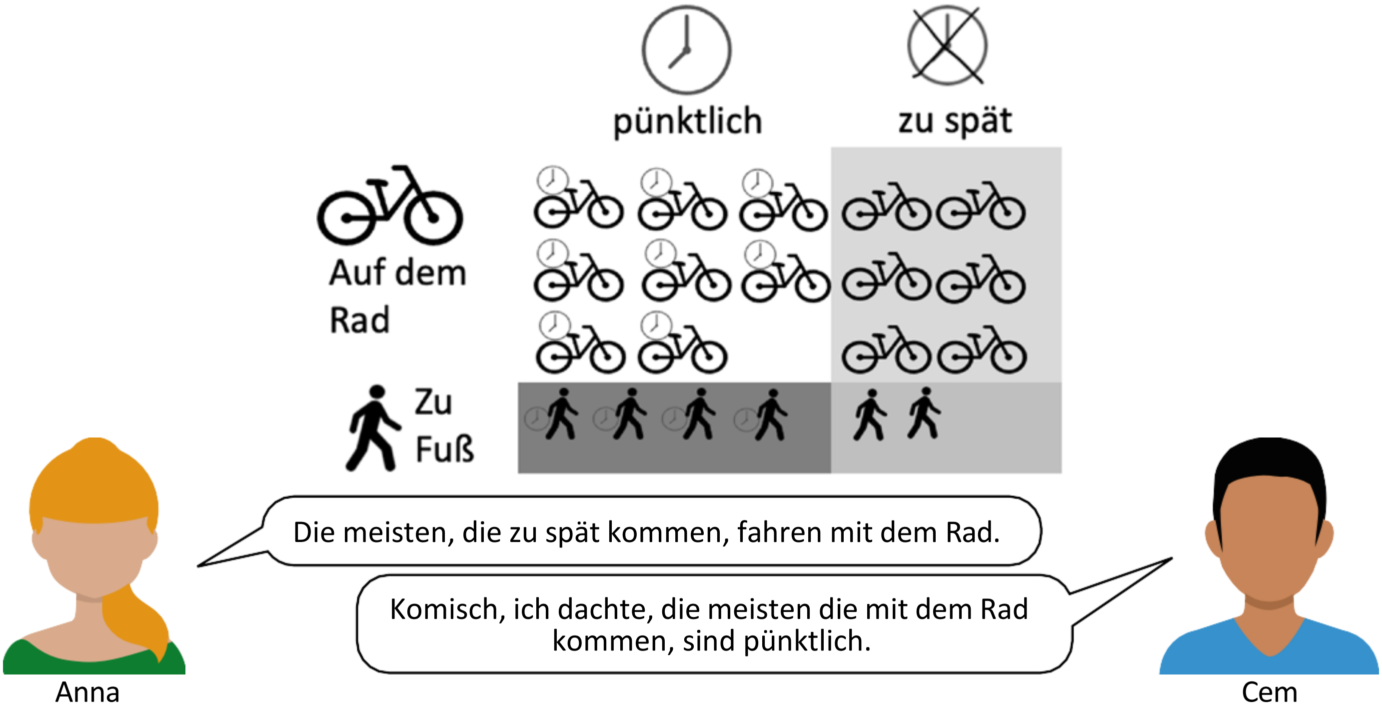
Aufgabentitel	Bedingte Wahrscheinlichkeit
Ziele der Aufgabe	Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten das Konzept der bedingten Wahrscheinlichkeit und reflektieren den Nutzen von Visualisierungen zum Verständnis des Konzepts.
Bildungsstufe	☐ ESA ☒ MSA ☐ Beide
Klassenstufe	10
Bearbeitungszeit gesamt in Minuten	135
Leitidee 1	Daten und Zufall
Unterrichtsphase	01: Entdecken/Einstieg 02: Systematisieren (Anteile) 03: Systematisieren (Bedingte Wahrscheinlichkeit) 04: Üben (Bedingte Wahrscheinlichkeit)
Information	Nicht angesprochene Bereiche der Teilkompetenzen werden ausgegraut.

KULTUSMINISTER KONFERENZ

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	**Daten und Zufall:** Die Schülerinnen und Schüler • werten grafische Darstellungen und Tabellen von statistischen Erhebungen aus, auch mit Hilfe von Tabellenkalkulation oder Stochastiktools • nutzen Visualisierungen, um bei einfachen alltagsnahen Modellierungen bedingte Wahrscheinlichkeiten zu erkennen, ohne und mit Hilfe digitaler Medien (MSA) ODER: **Zahl und Operation:** • nutzen sinntragende Vorstellungen von rationalen Zahlen, insbesondere von natürlichen, ganzen und gebrochenen Zahlen entsprechend der Verwendungsnotwendigkeit, • erläutern an Beispielen die verschiedenen Vorstellungen zum Bruchbegriff (insbesondere Teile eines oder mehrerer Ganzer, relative Anteile),
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	**Mathematisch kommunizieren:** Die Schülerinnen und Schüler • gehen fachbezogen auf Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten ein (z. B. konstruktiver Umgang mit Fehlern, Weiterführen mathematischer Ideen) (AFB II) **Mathematisch argumentieren:** Die Schülerinnen und Schüler • bewerten Ergebnisse und Aussagen auch bzgl. ihres Anwendungskontextes (AFB II) **Mathematisch darstellen:** Die Schülerinnen und Schüler • wechseln sachgerecht zwischen mathematischen Darstellungen und erklären, wie sie vernetzt sind (AFB II)

Material und Aufgabenstellung

In der Klasse von Cem und Anna kommen häufig Schülerinnen und Schüler zu spät. Es wird heftig diskutiert, wer eigentlich zu spät kommt. Hierzu hat die Klasse eine Erhebung durchgeführt. In der Klasse sind 20 Kinder.



a) Diskutiert den „Widerspruch“ zwischen Anna und Cem.

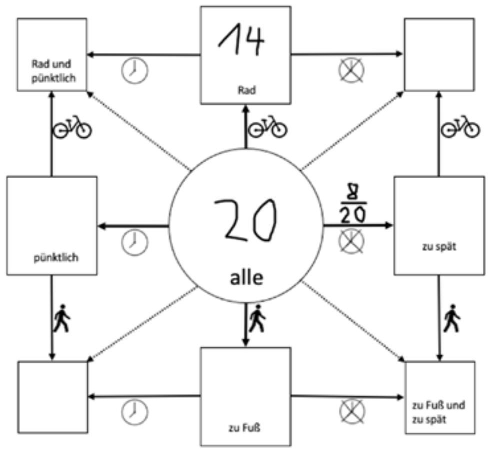
Die folgenden Aufgaben zeigen dir, wie andere gedacht haben, und sollen dir helfen, die Situation zu verstehen und deine Argumente zu verbessern:

b) Wie viele der 20 Schülerinnen und Schüler der Klasse gehören zu den einzelnen Gruppen?
Trage diese Anzahlen in der folgenden Tabelle ein, sowohl links („Vierfeldertafel“) als auch rechts („Häufigkeitsnetz“).

Absolute Häufigkeiten in der Vierfeldertafel

	pünktlich	zu spät	Gesamt
Auf dem Rad			
Zu Fuß			
Gesamt			20

Absolute Häufigkeiten im Häufigkeitsnetz

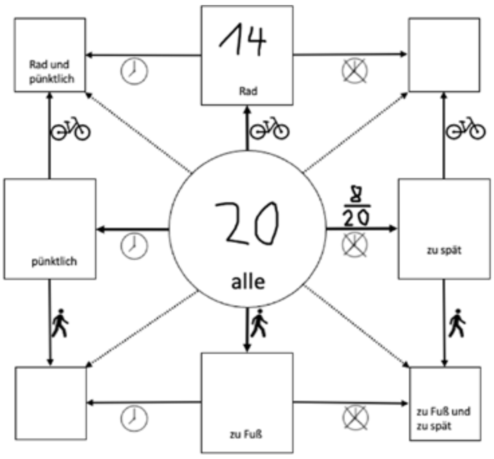


b) Beim Vergleichen von Gruppen hilft es, sich die Anteile (relative Häufigkeiten) anzuschauen. Trage sie in der folgenden Tabelle ein, sowohl links („Vierfeldertafel“) als auch rechts („Häufigkeitsnetz“).

Relative Häufigkeiten in der Vierfeldertafel

	pünktlich	zu spät	Gesamt
Auf dem Rad	$\frac{8}{20}$		
Zu Fuß			
Gesamt			1

Relative Häufigkeiten im Häufigkeitsnetz



d) Leonie: „Die Aussagen von Anna und Cem unterscheiden sich in der Reihenfolge der Schritte.“ Erkläre, was Leonie meint und wo man es im Bild, sowohl links in der Vierfeldertafel als auch rechts im Häufigkeitsnetz sehen kann.

e) Denke noch einmal nach: Welche der Darstellungen hilft dir am besten beim Lösen des ursprünglichen Problems von Anna und Cem? Begründe.

Lösung

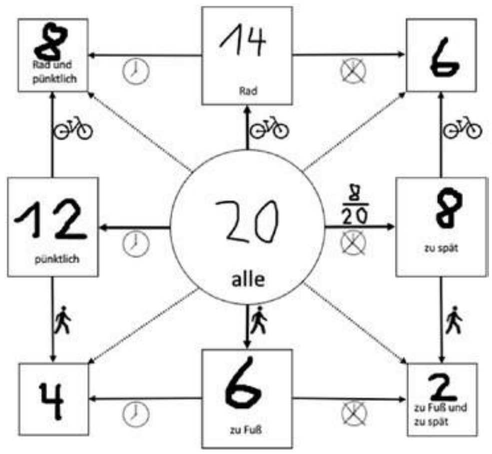
a) Beide Aussagen sind richtig, auch wenn sie nach einem Widerspruch klingen. Von 8 Zuspätkommenden kommen 6 mit dem Rad. Von 14 Radfahrenden sind 8 pünktlich. Der Konflikt lässt sich auflösen, wenn man beachtet, dass sich die Aussagen auf unterschiedliche „Ganze“ beziehen.

b)

Absolute Häufigkeiten in der Vierfeldertafel

	pünktlich	zu spät	Gesamt
Auf dem Rad	8	6	14
Zu Fuß	4	2	6
Gesamt	12	8	20

Absolute Häufigkeiten im Häufigkeitsnetz

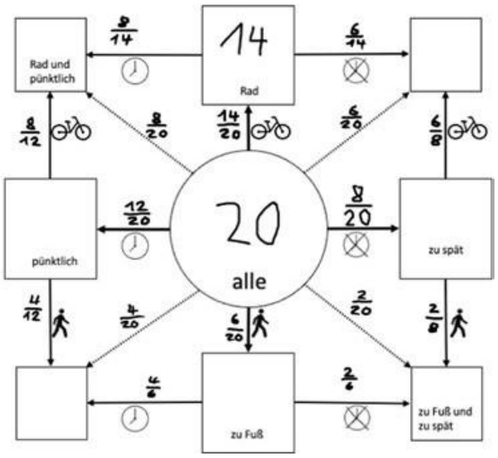


c)

Relative Häufigkeiten in der Vierfeldertafel

	pünktlich	zu spät	Gesamt
Auf dem Rad	$\frac{8}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{14}{20}$
Zu Fuß	$\frac{4}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{6}{20}$
Gesamt	$\frac{12}{20}$	$\frac{8}{20}$	1

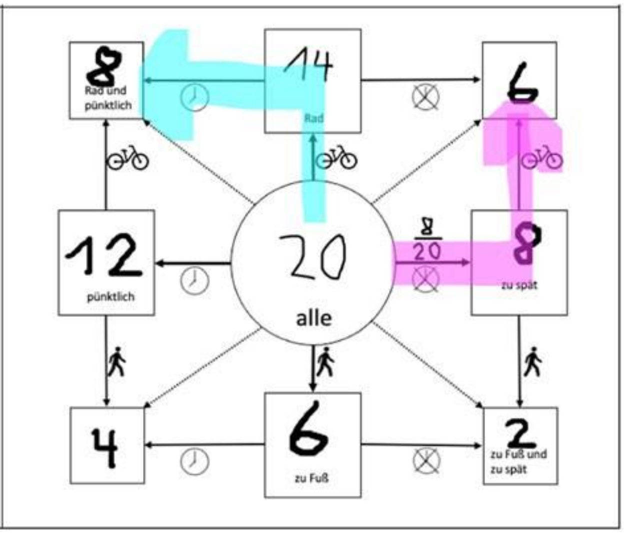
Relative Häufigkeiten im Häufigkeitsnetz



d) Anna (unten rot): Zuerst werden die Zuspätkommenden ausgewählt, von denen werden die Radfahrenden betrachtet. Cem (unten blau): Zuerst werden die Radfahrenden ausgewählt, von denen werden die pünktlichen betrachtet.

e) (individuell)
Die Reihenfolge der Schritte der Anteilsbildung erkennt man schön im Häufigkeitsnetz, aber auch in den anderen Darstellungen lässt sich das jeweilige Ganze der Anteile in den Aussagen identifizieren.

	Pünktlich	Zu spät	Gesamt
Auf dem Rad	8	6	14
Zu Fuß	4	2	6
Gesamt	12	8	20



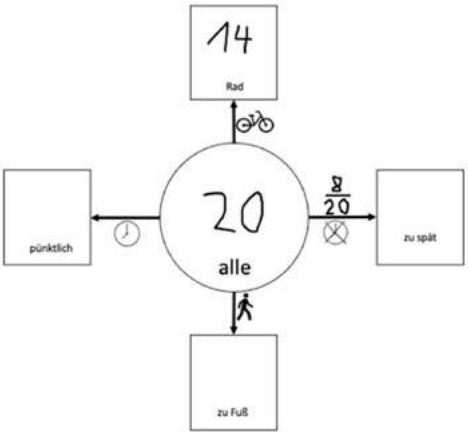
Ergänzende Hinweise

Angeregt durch eine Problemfrage sollen die Lernenden die Anteilsbildung in mehrstufigen Prozessen mit verschiedenen Darstellungen analysieren (Erkunden). In a) sollen zunächst noch ganz frei individuelle Analysen und Begründungen formuliert werden, die auch noch nicht korrekt sein müssen. Die folgenden Teilaufgaben sollen eine vertieftere Auseinandersetzung insbesondere mit den Darstellungen und deren Nutzen anregen. Dabei ist es wichtig, dass zunächst von absoluten Häufigkeiten in b) ausgegangen wird, da dies für Lernende leichter zu erfassen und zu verstehen ist. (Die Forschung zeigt deutlich höhere Lösungsquoten bei Vergleichsstudien zu absoluten und relativen Häufigkeiten, s. Quellen). Auf der Grundlage dessen wird dann in direkter Analogie in c) der Schritt zu den relativen Häufigkeiten/ Anteilen vollzogen.

Unterschiede zwischen den beiden Darstellungen finden sich in Bezug auf die Anteile:

- In der Vierfeldertafel werden alle Anteile auf das Ganze bezogen.

- Im Häufigkeitsnetz wird auch der Anteil an einer Teilgruppe explizit dargestellt (z.B. $\frac{6}{8}$ als Anteil der Radfahrenden an den Zuspätkommenden) und sogar die Schritte der Anteilsbildung visualisiert. In den anderen beiden Darstellungen müssen diese Bezüge selbst hergestellt werden. Aufgrund dieser Fülle kann ein Häufigkeitsnetz zunächst als unübersichtlich wahrgenommen werden, es enthält jedoch alle relevanten Informationen und Teilgrößen (s. Quellen). Sie können als Lehrkräfte die Annäherung an diese neue Darstellung erleichtern, indem Sie zunächst einen Teil des Netzes präsentieren, der nur den ersten Schritt zeigt (siehe Abb. rechts), und danach das ganze Netz sukzessive füllen lassen.



Das Verständnis der Anteilsbildung und des Häufigkeitsnetzes wird in Aufgabe 2 gesichert.

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	**Daten und Zufall:** Die Schülerinnen und Schüler • werten grafische Darstellungen und Tabellen von statistischen Erhebungen aus, auch mit Hilfe von Tabellenkalkulation oder Stochastiktools • nutzen Visualisierungen, um bei einfachen alltagsnahen Modellierungen bedingte Wahrscheinlichkeiten zu erkennen, ohne und mit Hilfe digitaler Medien (MSA) ODER: **Zahl und Operation:** Die Schülerinnen und Schüler • nutzen sinntragende Vorstellungen von rationalen Zahlen, insbesondere von natürlichen, ganzen und gebrochenen Zahlen entsprechend der Verwendungsnotwendigkeit (ESA) • erläutern an Beispielen die verschiedenen Vorstellungen zum Bruchbegriff (insbesondere Teile eines oder mehrerer Ganzer, relative Anteile) (ESA)
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	**Mathematisch darstellen:** Die Schülerinnen und Schüler • wechseln sachgerecht zwischen mathematischen Darstellungen und erklären, wie sie vernetzt sind (AFB II)

Material und Aufgabenstellung

In Aufgabe 1 habt ihr Darstellungen für verschiedene Anteile erarbeitet, die wir nun ordnen.

a) Welche Beschreibung passt zu welchem Anteil, zu welchem Teil in der Vierfeldertafel und zu welchem Teil im Häufigkeitsnetz? Begründe!

1) Der Anteil der Radfahrer, die zu spät kommen.

2) Der Anteil der Zuspätkommenden, die Rad fahren.

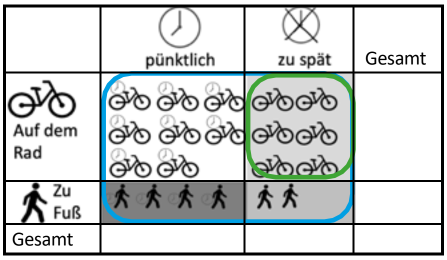
3) Der Anteil der Klasse, die mit dem Rad zu spät kommen.

i) $\frac{6}{14}$

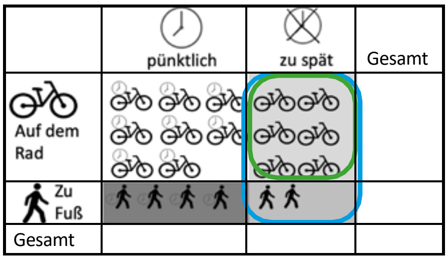
ii) $\frac{6}{20}$

iii) $\frac{6}{8}$

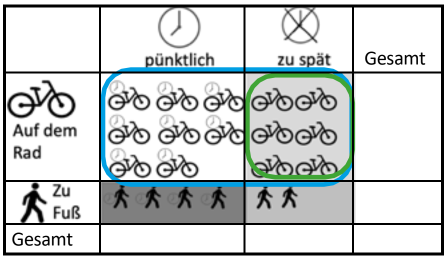
A)



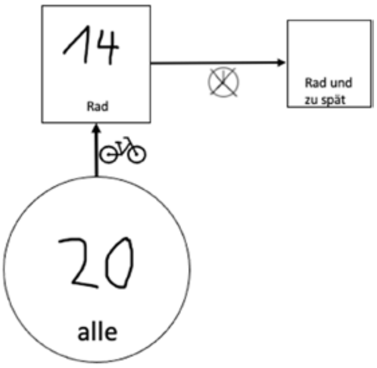
B)



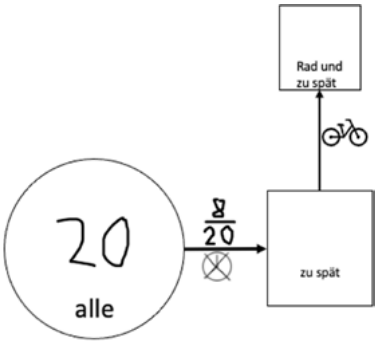
C)



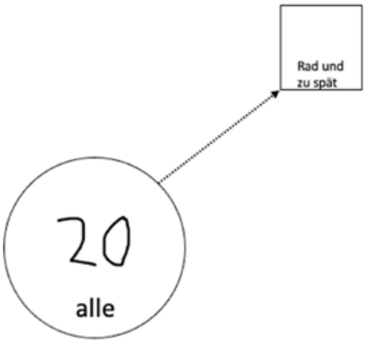
I)



II)



III)



b)

(1) Was ist in den Beschreibungen und Bildern in 2a) jeweils das „Ganze“? Und was der „Teil“? Markiere in allen Darstellungen den Teil in grün und das Ganze in blau.

(2) Erkläre nochmal mit den Begriffen Teil und Ganzes, worin jeweils die Unterschiede zwischen den Beschreibungen in 2a) und den Aussagen von Anna und Cem bestehen.

Lösung

a) 1)-i)-C)-I); 2)-iii)-B)-II); 3)-ii)-A)-III). Begründungen weisen das verschiedene Ganze und die Struktur der Anteilsbildung aus.

b)

1) Der Anteil der Radfahrer, die zu spät kommen.

2) Der Anteil der Zuspätkommenden, die Rad fahren.

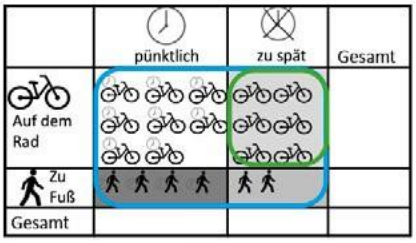
3) Der Anteil der Klasse, die mit dem Rad zu spät kommen.

i) $\frac{6}{14}$

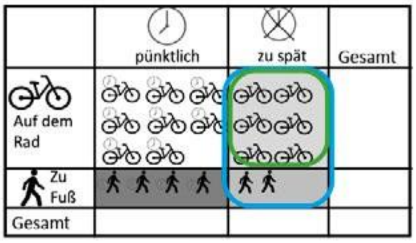
i) $\frac{6}{20}$

i) $\frac{6}{18}$

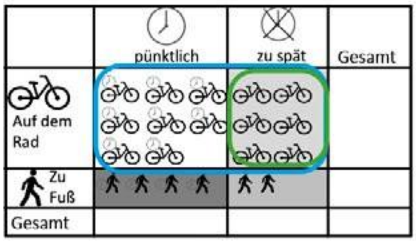
A)



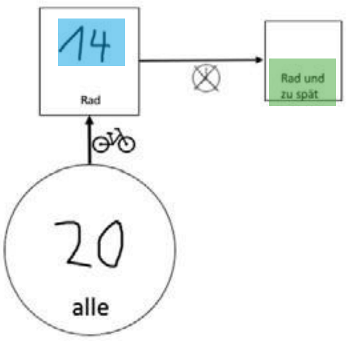
B)



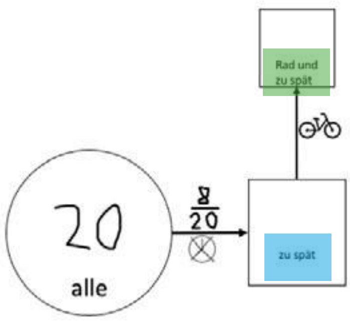
C)



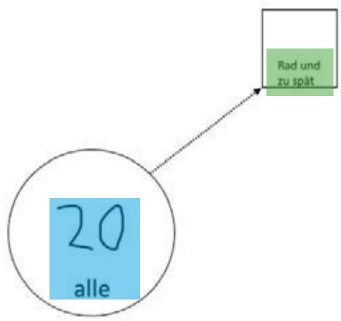
I)



II)



III)



In Annas Aussage sind die Zuspätkommenden das Ganze und von denen fahren die meisten mit dem Rad. In Cems Aussage sind die Radfahrenden das Ganze und von denen sind die meisten pünktlich.

Ergänzende Hinweise

Die Aufgabe soll das Verständnis des Anteilskonzeptes und die Rolle des Ganzen mit Bezug zu den graphischen Darstellungen sichern (Ordnen).

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	**Daten und Zufall:** Die Schülerinnen und Schüler • nutzen Visualisierungen, um bei einfachen alltagsnahen Modellierungen bedingte Wahrscheinlichkeiten zu erkennen, ohne und mit Hilfe digitaler Medien (MSA)
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	**Mathematisch darstellen:** Die Schülerinnen und Schüler • wechseln sachgerecht zwischen mathematischen Darstellungen und erklären, wie sie vernetzt sind (AFB II)

Material und Aufgabenstellung

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit?
In Teilaufgabe 1 hast du die Zusammensetzung der Klasse mit Anteilen beschrieben.
Stelle dir vor, du würdest zufällig eine Person aus der Klasse treffen. Du weißt nicht, ob sie mit dem Rad kommt oder zu Fuß geht und ob sie zu den Zuspätkommenden gehört oder nicht. Dann kann man auch Fragen zur Wahrscheinlichkeit von Ereignissen beantworten.

a) Beantworte die folgenden Fragen.
   (1) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, ein:e Fußgänger:in zu treffen?
   (2) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, ein:e zu spät kommende Fußgänger:in zu treffen?
   (3) Gehe davon aus, dass du weißt, dass es ein:e Fußgänger:in ist: Wie hoch ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass die Person zu spät kommt?
   (4) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein:e Zuspätkommer:in auch ein:e Fußgänger:in ist?

Bedingte Wahrscheinlichkeit
Die letzten beiden Ereignisse in a) gehen von einer (Vor-)Bedingung aus. Z.B. wird bei a)-(3) ein:e Fußgänger:in betrachtet und nicht eine beliebige Person aus der Klasse. Dann fragt man nach der Wahrscheinlichkeit für ein weiteres Ereignis, dass in Abhängigkeit von dieser (Vor-)Bedingung betrachtet wird (z.B. „Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein:e Fußgänger:in zu spät kommt?“).
Eine Wahrscheinlichkeit, dass ein Ereignis A eintritt, wenn bekannt ist, dass vorher bereits ein Ereignis B eingetreten ist, bezeichnet man als bedingte Wahrscheinlichkeit.

b) Sind folgende Wahrscheinlichkeiten „bedingt“ – also von einer Bedingung abhängig? Diskutiert.
   b1) Man zieht zwei Kugeln nacheinander aus einer Urne mit 3 blauen und 2 roten Kugeln ohne Zurücklegen. Beim ersten Wurf wird eine blaue Kugel gezogen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit im zweiten Zug eine rote Kugel zu ziehen?
   b2) Man wirft mit einer Münze Zahl. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim zweiten Wurf wieder Zahl fällt?
   b3) Du hast für die Klassenarbeit gelernt und sie bestanden. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis?

c) Woran erkennt man bedingte Wahrscheinlichkeiten in den Darstellungen Vierfeldertafel und Häufigkeitsnetz?

Lösung

a)

1) P(Fußgänger:in)= $\frac{6}{20}$
2) P(zu späte Fußgänger:in)= $\frac{2}{20}$
3) P(zu spät unter Bedingung, dass Fußgänger:in)= $\frac{2}{6}$
4) P(Fußgänger:in unter Bedingung, dass zu spät)= $\frac{2}{8}$

b)

b1) bedingt, da die Wahrscheinlichkeit unter der Bedingung, dass im ersten Zug eine blaue Kugel gezogen (und nicht zurückgelegt) wurde, gefragt ist.
b2) ist auch formal einer Bedingung unterworfen (wir wissen, dass schon Zahl geworfen wurde), aber die Wahrscheinlichkeiten verändern sich auf der zweiten Stufe gegenüber der ersten nicht. Formal sind alle Wahrscheinlichkeiten bedingt, insofern sie auf der zweiten Stufe eines zweistufigen Prozesses angesiedelt sind, aber nur für b1) gibt es einen Einfluss der Bedingung.
b3) ist nicht bedingt, da hier keine Bedingung für ein anders Ereignis bekannt ist, also ist es keine bedingte Wahrscheinlichkeit. (Es wird die Wahrscheinlichkeit für das gleichzeitige Eintreffen der Wahrscheinlichkeiten (die Schnittmenge der beiden Ereignisse) gesucht.

c)

Im Häufigkeitsnetz finden sich die bedingten Wahrscheinlichkeiten als Ergebnis der zweiten Stufe des zweistufigen Prozesses. In der Vierfeldertafel kann man die bedingten Wahrscheinlichkeiten nicht unmittelbar ablesen – sie sind der Anteil eines Innenfeldes an einem zugehörigen, nicht die Gesamtheit beschreibenden Randfeldes.

Ergänzende Hinweise

In dieser Aufgabe wird die zuvor erlebte Schrittigkeit in Anteilsbildungen unter dem Blickwinkel der Wahrscheinlichkeitsrechnung aufgegriffen, indem verschiedene, auch bedingte Wahrscheinlichkeiten von den Lernenden untersucht werden. Die anschließende Begriffsklärung und Diskussion von Beispielen sollen den Begriff sichern (Ordnen).

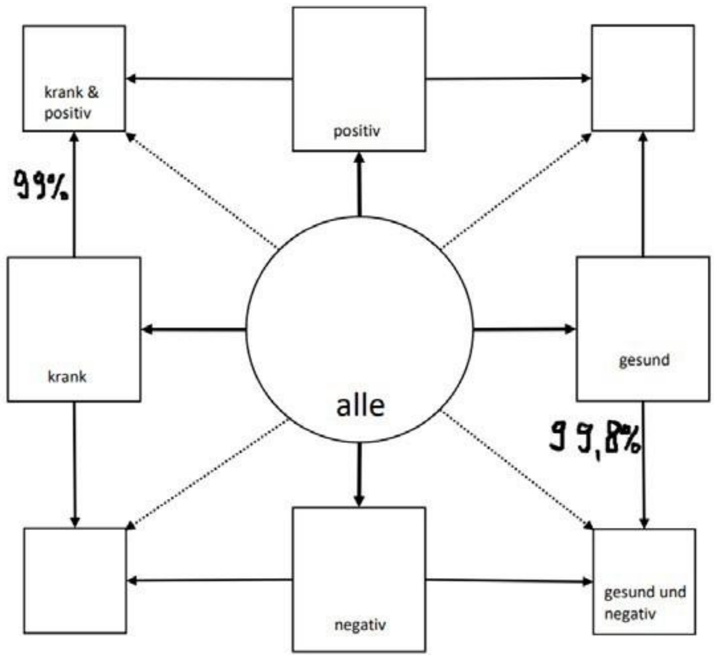
In b) macht es Sinn weitere Beispiele und Gegenbeispiele für bedingte Wahrscheinlichkeiten zu sammeln und insbesondere zu diskutieren, was die Bedingung ist und wie sie sich gegebenenfalls auswirkt.
Auch wenn bedingte Wahrscheinlichkeiten vor allem Sinn machen für das Berechnen von Wahrscheinlichkeiten im Zusammenhang mit abhängigen Ereignissen (denn nur dann ist die Bedingung wichtig), ist das Konzept auch bei unabhängigen Ereignissen anwendbar. Dann ist die bedingte Wahrscheinlichkeit identisch mit der unbedingten. Beispiel: Aufgabe b2): Die Wahrscheinlichkeit, dass beim zweiten Wurf Zahl fällt ¬¬– unter der Bedingung, dass im ersten Wurf Zahl fiel, ist 0,5. Die Bedingung, dass im ersten Wurf Zahl gefallen ist, macht keinen Unterschied, ist aber trotzdem eine Bedingung, um die wir wissen und die wir berücksichtigen können.

In Lernendensprache: Bedingte Wahrscheinlichkeiten sind der zweite Schritt in einem Häufigkeitsnetz (die Bedingung ist der erste Schritt).

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	**Daten und Zufall:** Die Schülerinnen und Schüler • nutzen Visualisierungen, um bei einfachen alltagsnahen Modellierungen bedingte Wahrscheinlichkeiten zu erkennen, ohne und mit Hilfe digitaler Medien (MSA)
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	**Mathematisch kommunizieren:** Die Schülerinnen und Schüler • entnehmen Informationen aus einfachen mathematikhaltigen Texten und Abbildungen (AFB I) **Mathematisch modellieren:** Die Schülerinnen und Schüler • reflektieren und beurteilen verwendete mathematische Modelle kritisch, z. B. in Bezug auf die Realsituation (AFB III)

Material und Aufgabenstellung

Sind seltene Krankheiten schwieriger zu testen?
Im Gesundheitswesen gibt es für Tests verschiedene Kennwerte, die die Qualität der Tests beschreiben sollen. Wichtig für einen guten Test ist, dass der Test möglichst richtig misst: Das bedeutet, dass Kranke möglichst oft – also mit möglichst großer Wahrscheinlichkeit ¬– ein positives Testergebnis (positiver Test – Test schlägt aus, aber das ist nichts Gutes!) erhalten und Gesunde möglichst oft ein negatives Testergebnis (Test zeigt nichts an) erhalten. Für einen guten Test sollten beide Wahrscheinlichkeiten also möglichst nah an 100% liegen. Für einen Coronatest sind diese Wahrscheinlichkeiten im folgenden Häufigkeitsnetz (1) eingetragen.



Häufig-keitsnetz 1:

50% krank

a) Was bedeuten die Wahrscheinlichkeiten 99% und 99,8%? Erkläre in deinen Worten.

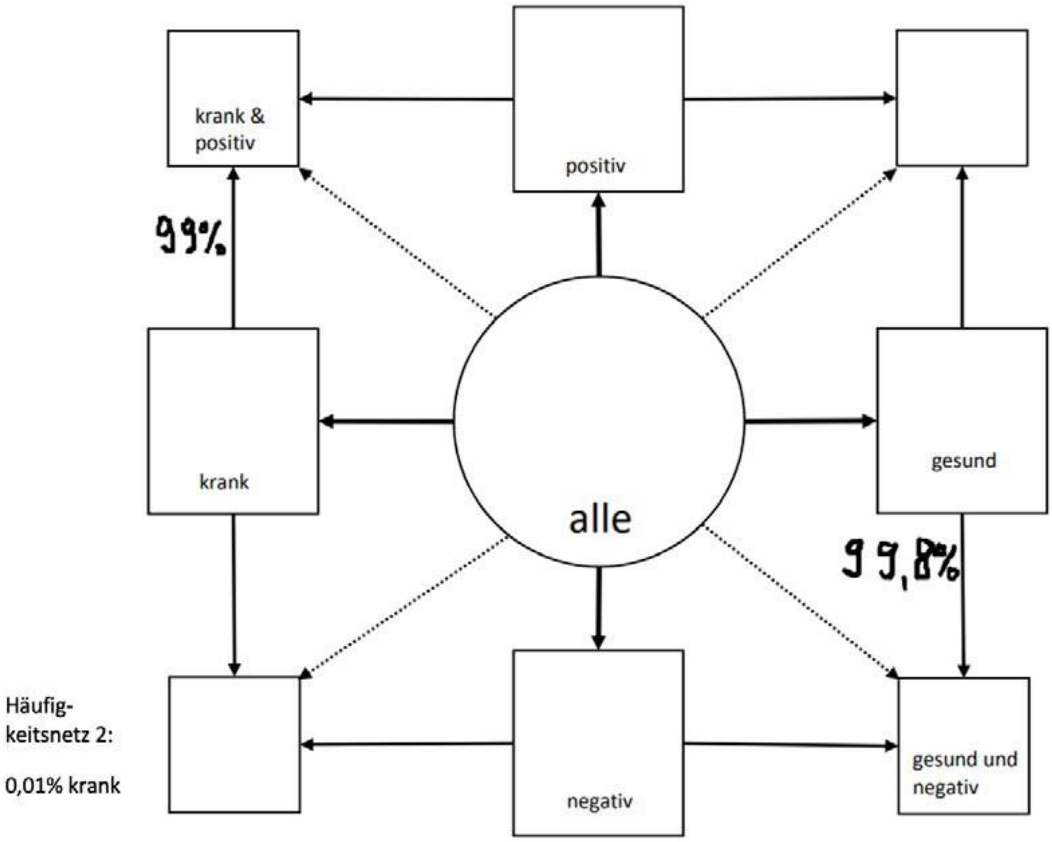
b) Die Krankenzahlen verändern sich im Laufe der Zeit – mal sind relativ viele Menschen krank, mal weniger. Was bedeutet dies für die Aussagekraft der Tests? Wie sicher ist eine Person, die ein positives Ergebnis („krank“) hat, auch wirklich krank? Gib einen Tipp ab.

c) Nimm an, dass es 1.000.000 Personen gibt und notiere die absoluten Zahlen zu den Wahrscheinlichkeiten für 50% Kranke im Häufigkeitsnetz (1) und für 0,01% Kranke im Häufigkeitsnetz (2).

d) Bestimme für beide Ausgangssituationen die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person, die ein positives Testergebnis hat, auch wirklich krank ist.

e) Bestimme für beide Ausgangssituationen die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person, die ein negatives Testergebnis hat, auch wirklich gesund ist.

f) Was fällt dir auf? Diskutiere deine Einsichten mit deinem Nachbarn.



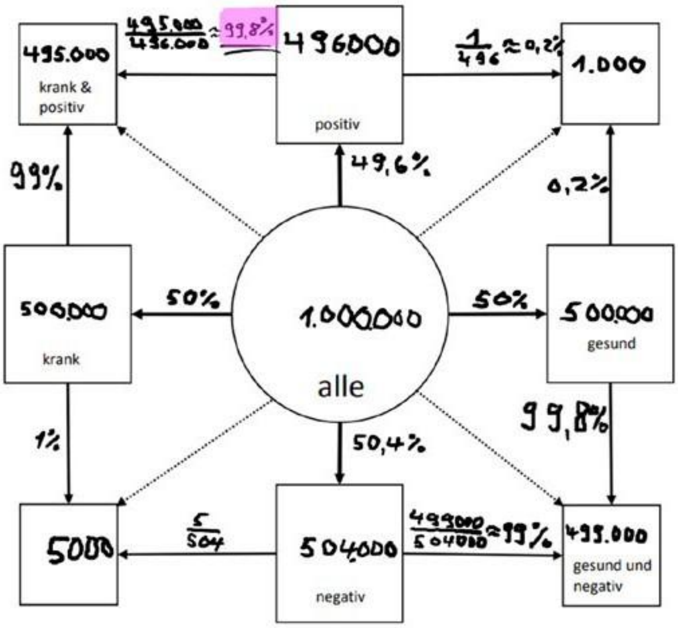
Lösung

a) 99% ist die Wahrscheinlichkeit, dass jemand, der krank ist, auch ein positives Testergebnis hat. 99,8% ist die Wahrscheinlichkeit, dass jemand, der gesund ist, auch ein negatives Testergebnis hat.

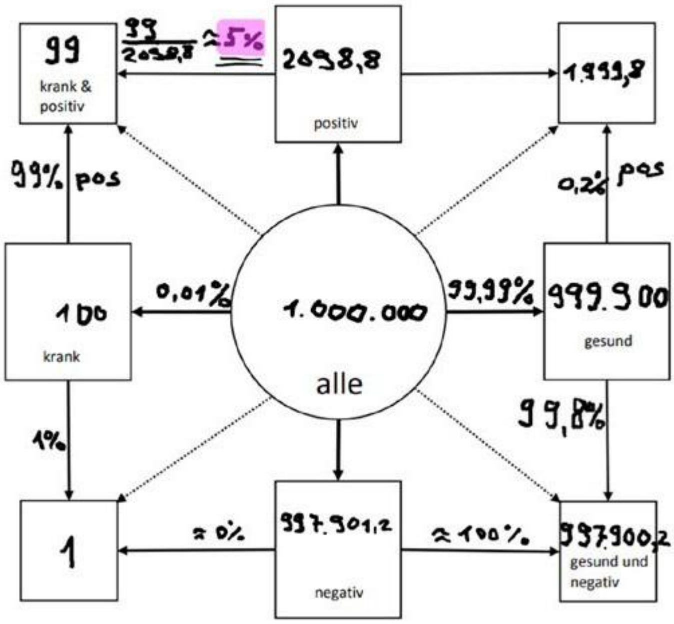
b) (individuell)

c)

Häufigkeitsnetz 1



Häufigkeitsnetz 2



d) (siehe c): In Situation 1 ist die Wahrscheinlichkeit ca. 99,8%, in Situation 2 ca. 5%.

e) (siehe c): In Situation 1 ca. 99%, in Situation 2 fast 100%.

f) In d) sieht man: Bei einer seltenen Krankheit lässt sich aus einem positiven Test weniger sicher auf die Krankheit schließen. Das liegt daran, dass es sehr wenige Erkrankte gibt, so dass diejenigen die falsch positiv getestet wurden, die Anzahl der tatsächlich Erkrankten (deutlich) überholen können.

Ergänzende Hinweise

Diese Aufgabe zum Üben offenbart den praktischen Nutzen der bedingten Wahrscheinlichkeiten: die Wahrscheinlichkeiten von Irrtümern beim Testen hängt nicht nur von den Kennwerten eines Tests ab, sondern auch von der Häufigkeit der Krankheit. Schon anhand des Titels kann man eine erste intuitive Diskussion führen, damit die Lernenden Erwartungen generieren und äußern.

Schließlich kann man in Teil 4f) anschließend diskutieren: einerseits sollte die Qualität eines Tests unabhängig von der aktuellen Verbreitung der Krankheit „gemessen“ werden, andererseits sind Irrtümer bei positiven Tests bei seltenen Krankheiten viel wahrscheinlicher, so dass man dies bei der Interpretation von Testergebnissen berücksichtigen muss.

Es gibt viele weitere spannende Kontexte, die sich für das weitere Vertiefen des Begriffs eignen. Viele juristischen und medizinischen Kontexte sind passend, z.B. Gesichtserkennung, HIV-Selbsttests mit Sensitivität 100% (wie oben – ist er bombensicher?) oder andere Screenings, Ist „Zunge rollen“ erblich?

Ergänzende Hinweise

Für alle Teilaufgaben:
Die vier Teilaufgaben sind als zentrale Aufgaben einer Unterrichtseinheit zu „Bedingter Wahrscheinlichkeit“ konzipiert worden, um einen Unterrichtsgang zu konkretisieren, bei dem Visualisierungen genutzt werden, um bei einfachen alltagsnahen Modellierungen bedingte Wahrscheinlichkeiten zu verstehen und erkennen. In der aktuellen Literatur zur Stochastikdidaktik werden neben dem Häufigkeitsnetz als weitere mögliche Visualisierungen zum Vorstellungsaufbau auch der Doppelbaum (ein von links und ein von rechts lesbares Baumdiagramm zusammengefügt) und das Einheitsquadrat genutzt. Die Idee des Einheitsquadrates der geometrischen Visualisierung ist in der hier vorgestellten Aufgabe im Symbole-Rechteckbild zu Beginn aufgenommen, wenn auch nicht mit den analogen Größenverhältnissen. Dieses Rechteckbild wurde bewusst als Hintergrundbild in der Vierfeldertafel aufgenommen.

Da das Häufigkeitsnetz in der Literatur sich als sehr vorteilhaft im Lernprozess erwiesen hat, wurde dies bewusst ins Zentrum gerückt – neben der bislang gängigen Vierfeldertafel. Hauptvorteile des Häufigkeitsnetzes sind, dass alle wichtigen Informationen erfasst sind und sowohl die Visualisierung der Schritte der Anteilsbildung (dynamisch) als auch die resultierenden Wahrscheinlichkeiten (statisch) enthalten sind.
Eine alternative Aufgabenversion mit Baumdiagrammen (Doppelbaum) wird im Material zusätzlich zur Verfügung gestellt. In dieser Version wird das Statische durch die Vierfeldertafel und das Dynamische durch die Doppelbäume visualisiert.

Quellen

Binder, K., Steib, N. & Krauss, S. (2022). Von Baumdiagrammen über Doppelbäume zu Häufigkeitsnetzen – kognitive Überlastung oder didaktische Unterstützung? In Journal Für Mathematik-didaktik. Springer Science+Business Media. https://doi.org/10.1007/s13138-022-00215-9
Binder, K., Steib, N., & Krauss, S. (2021). Das Häufigkeitsnetz – Alle Wahrscheinlichkeiten auf einen Blick erfassen. Mathematik lehren 224. S. 32-35.
Pachur, T., & Binder, K. (2020). Risikoentscheidungen: Ein Interview mit Thorsten Pachur, Forschungsgruppenleiter am Max-Planck-Institut für Bildungsforschung in Berlin. Stochastik in der Schule. 40(3). S. 8-9.
Binder, K., Weber, P., & Krauss, S. (2019). Visualisierungen als Begründungshilfen in der Stochastik. Argumentieren, Begründen, Beweisen. MaMut -- Materialien für den Mathematikunterricht 7. Hildesheim: Franzbecker. S. 35-61.
Binder, K., Krauss, S., & Gigerenzer, G. (2020). Risikoveränderungen - Wie absolute und relative Veränderungen von Risiken mit Bildgittern unterrichtet werden können. Mathematik lehren. S. 220, 12-15
Büchter, T., Eichler, A., Steib, N., Binder, K., Böcherer-Linder, K., Krauss, S. & Vogel, M. (2022). How to Train Novices in Bayesian Reasoning. In Mathematics (Bd. 10, Nummer 9, S. 1558). MDPI. https://doi.org/10.3390/math10091558
Binder, K., Krauss, S. & Wiesner, P. (2020). A New Visualization for Probabilistic Situations Containing Two Binary Events: The Frequency Net. In Frontiers in Psychology (Bd. 11). Frontiers Media. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.00750

Dazu auch: Das Häufigkeitsnetz hilft Wahrscheinlichkeiten besser zu verstehen. (o. D.). https://idw-online.de/de/news747988