

ILLUSTRIERENDE LERNAUFGABE FÜR DIE WEITERENTWICKELTEN BILDUNGSSTANDARDS IM FACH MATHEMATIK SEKUNDARSTUFE I

Aufgabentitel	Medikamentenabbau im Körper
Ziele der Aufgabe	Die Schülerinnen und Schüler wenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung und Bearbeitung von Problemen im Zusammenhang mit dem Abbau von Medikamenten im Körper an. Zur Charakterisierung dieser Prozesse nutzen sie auch die Kenngröße der Halbwertszeit.
Bildungsstufe	<input type="checkbox"/> ESA <input checked="" type="checkbox"/> MSA <input type="checkbox"/> Beide
Klassenstufe	9 - 10
Bearbeitungszeit gesamt in Minuten	90
Leitidee 1	Strukturen und funktionaler Zusammenhang
Einsatz von (digitalen) Medien	digitale Mathematikwerkzeuge
Unterrichtsphase	Üben
Information	Nicht angesprochene Bereiche der Teilkompetenzen werden ausgegaut.

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	<p>Strukturen und funktionaler Zusammenhang: Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> wenden insbesondere lineare und quadratische Funktionen sowie Exponentialfunktionen der Form $f(x) = a \cdot b^x$ bei der Beschreibung und Bearbeitung von Problemen an, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	<p>Mathematisch darstellen: Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt (AFB II) <p>Mathematisch kommunizieren: Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> Verwenden die mathematische Fachsprache situationsangemessen und erklären ihre Bedeutung (AFB II) <p>Mit mathematischen Objekten umgehen: Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> beschreiben die innere Struktur mathematischer Objekte (z. B. von Termen) und gehen flexibel und sicher mit ihnen um (AFB II) <p>Probleme mathematisch lösen: Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> wählen geeignete Heuristiken zur Lösung entsprechender Probleme aus (AFB II)



Material und Aufgabenstellung

Wenn man ein Medikament einnimmt, bleibt es nur für eine begrenzte Zeit im Körper, da es innerhalb von Stunden oder Tagen wieder abgebaut wird. Für eine gezielte Behandlung einer Krankheit ist es wichtig, die Abbaugeschwindigkeit des Medikaments zu kennen. Eine wichtige Kenngröße für ein Medikament ist deshalb die Halbwertszeit.

Beispiel: Ein Patient nimmt 100 mg eines Medikaments ein. Es ist bekannt, dass die Halbwertszeit des Medikaments 3 Stunden beträgt. Das bedeutet, dass nach 3 Stunden noch die Hälfte des Medikaments im Körper vorhanden ist, also 50 mg.

Es gibt Sporttreibende, die diese Kenntnis zum verbotenen Missbrauch von Medikamenten nutzen. Das nennt man Doping. Wenn sie ein Medikament rechtzeitig vor einem Wettkampf absetzen, so ist nur noch so wenig davon im Körper vorhanden, dass das Medikament nicht mehr nachweisbar ist.

In kleinen Mengen eingenommen kann das Medikament Methandienone den Muskelaufbau fördern. Der zeitliche Verlauf der im Körper vorhandenen Menge des Medikaments wird beschrieben durch eine in IR

definierte Funktion $x \rightarrow 100 \cdot 0,86^x$. Dabei gibt x die Zeit in Stunden seit der Einnahme des Medikaments und $f(x)$ die Menge des Medikaments im Körper in Milligramm an.

- a) Gib die Bedeutung von 100 und 0,86 an.
- b) Bestimme die Halbwertszeit des Medikaments.



Lösung

- a) Zu Beginn sind 100 mg des Medikaments im Körper vorhanden. Der Abnahmefaktor ist 0,86, d.h. eine Stunde danach befinden sich noch 86 Milligramm des Medikaments im Körper.
- b) Die Tabelle zeigt ein mögliches Vorgehen:

x	0	1	2	3	4	5
f(x)	100	86	73,96	63,61	54,70	47,04

Nach etwa fünf Stunden ist die Hälfte des Medikaments im Körper vorhanden. Das Medikament hat demnach eine Halbwertszeit von etwa fünf Stunden.

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	Strukturen und funktionaler Zusammenhang: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> wenden insbesondere lineare und quadratische Funktionen sowie Exponentialfunktionen der Form $f(x) = a \cdot b^x$ bei der Beschreibung und Bearbeitung von Problemen an, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	Mit mathematischen Objekten umgehen: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> gehen mit vertrauten mathematischen Objekten (z. B. Strecken, Termen, Gleichungen) um (AFB II)



Material und Aufgabenstellung

Methandienone wird auch als Dopingmittel missbraucht. Sporttreibende werden deshalb regelmäßig kontrolliert. Methandienone kann im Körper nachgewiesen werden, wenn davon mehr als 1 mg im Körper vorhanden ist. Eine sporttreibende Person hat zwei Tage vor einem Wettbewerb einmalig 100 mg Methandienone eingenommen. Untersuche, ob am Tag des Wettbewerbs Methandienone im Körper der sporttreibenden Person nachgewiesen werden kann.



Lösung

$$f(48) = 100 \cdot 0,86^{48} \approx 0,07$$

Am Tag des Wettbewerbs sind noch etwa 0,07 mg Methandienone im Körper vorhanden. Das Dopingmittel ist somit nicht nachweisbar.

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	Strukturen und funktionaler Zusammenhang: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> wenden insbesondere lineare und quadratische Funktionen sowie Exponentialfunktionen der Form $f(x) = a \cdot b^x$ bei der Beschreibung und Bearbeitung von Problemen an, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	Mit mathematischen Objekten umgehen: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> gehen mit vertrauten mathematischen Objekten (z. B. Strecken, Termen, Gleichungen) um (AFB II)



Material und Aufgabenstellung

Durch ein neues Analyseverfahren kann Methandienone im Körper nachgewiesen werden, wenn davon mehr als 0,001 mg im Körper vorhanden ist. Eine sporttreibende Person hat nun drei Tage vor einem Wettbewerb einmalig 100 mg Methandienone eingenommen. Untersuche, ob nun am Tag des Wettbewerbs Methandienone im Körper der sporttreibenden Person nachgewiesen werden kann.



Lösung

$$f(72) = 100 \cdot 0,86^{72} \approx 0,0019$$

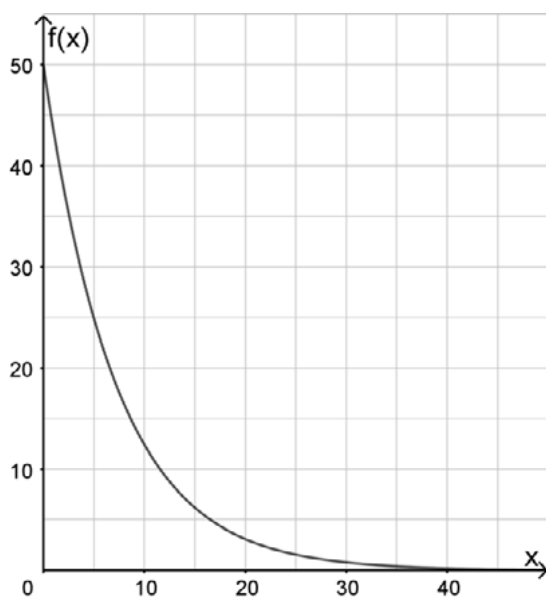
Am Tag des Wettbewerbs sind noch etwa 0,0019 mg Methandienone im Körper vorhanden. Das Dopingmittel ist somit nun nachweisbar.

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	<p>Strukturen und funktionaler Zusammenhang: Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> wenden insbesondere lineare und quadratische Funktionen sowie Exponentialfunktionen der Form $f(x) = a \cdot b^x$ bei der Beschreibung und Bearbeitung von Problemen an, auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	<p>Mathematisch darstellen: Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> wechseln sachgerecht zwischen mathematischen Darstellungen und erklären, wie sie vernetzt sind (AFB II) <p>Mit mathematischen Objekten umgehen: Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> gehen mit vertrauten mathematischen Objekten (z. B. Strecken, Termen, Gleichungen) um (AFB II)



Material und Aufgabenstellung

Die Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f , die den zeitlichen Verlauf der im Körper vorhandenen Menge eines anderen Medikaments beschreibt. Dabei gibt x die Zeit in Stunden seit der Einnahme des Medikaments und $f(x)$ die Menge des Medikaments im Körper in Milligramm an.



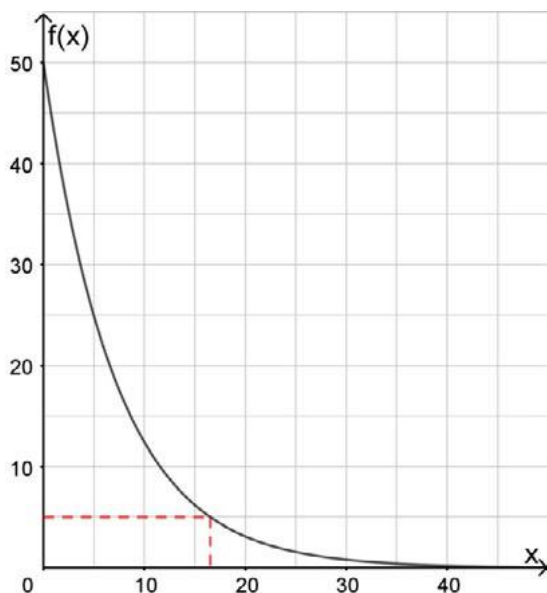
- Ermittle einen Funktionsterm von f .
- Das Medikament ist im Körper nur wirksam, wenn mehr als 5 Milligramm im Körper vorhanden sind. Ermittle mithilfe der Abbildung den Zeitpunkt, zu dem diese Menge erstmals unterschritten wird.



Lösung

a) $f(0) = 50, f(5) = 25$
 $f(5) = 50 \cdot a^5 = 25 \Leftrightarrow a \approx 0,871$
 $50 \cdot 0,871^x$

- b) Nach ungefähr 17 Stunden sind erstmals weniger als 5 Milligramm des Medikaments im Körper vorhanden.



Ergänzende Hinweise:

Die mathematischen Betrachtungen können ergänzt werden um Recherchen zu den Themen Medikamentenabbau und Doping. Neben einer Recherche zur Wirkung von bestimmten Medikamenten sollten auch Nebenwirkungen und insbesondere Langzeitfolgen zum Gegenstand der Betrachtung gemacht werden. Hier bietet sich ein fächerverbindender Übergriff mit den Fächern Ethik, Biologie und Chemie an.