

ILLUSTRIERENDE LERNAUFGABE FÜR DIE WEITERENTWICKELTEN BILDUNGSSTANDARDS IM FACH MATHEMATIK SEKUNDARSTUFE I

Aufgabentitel	Kopfmathematik
Ziele der Aufgabe	Kopfmathematik dient dazu, Wissen und Können aus vergangenen Schuljahren und/oder aus vergangenen Stunden präsent zu halten. Die Aufgaben aktivieren Wissen und Können aus vergangenen Schuljahren.
Bildungsstufe	<input type="checkbox"/> ESA <input type="checkbox"/> MSA <input checked="" type="checkbox"/> Beide
Klassenstufe	8 - 10
Bearbeitungszeit gesamt in Minuten	10
Leitidee 1	Daten und Zufall
Einsatz von (digitalen) Medien	-
Unterrichtsphase	Üben
Information	Nicht angesprochene Bereiche der Teilkompetenzen werden ausgegraut.

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	Daten und Zufall: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei ein- oder mehrstufigen Zufallsexperimenten, auch mit Hilfe entsprechender Visualisierungen (z. B. Baumdiagramm, Vierfeldertafel), ohne und mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge (MSA)
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	mit mathematischen Objekten umgehen: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> verwenden Routineverfahren (z. B. Lösen einer linearen Gleichung) (AFB I)



Material und Aufgabenstellung

Höhen im Dreieck

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit einem gewöhnlichen fairen Würfel

- eine gerade Zahl zu würfeln?
- eine Zahl größer als 4 zu würfeln?



Abbildung 1



Lösung

- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{3}$

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	Daten und Zufall: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei ein- oder mehrstufigen Zufallsexperimenten, auch mit Hilfe entsprechender Visualisierungen (z. B. Baumdiagramm, Vierfeldertafel), ohne und mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge (MSA)
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	mit mathematischen Objekten umgehen: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> verwenden Routineverfahren (z. B. Lösen einer linearen Gleichung) (AFB I)



Material und Aufgabenstellung

Ein fairer 30er-Spielwürfel wird 1x gewürfelt.
Gib die Wahrscheinlichkeit an,

- eine ungerade Zahl zu würfeln.
- eine durch 7 teilbare Zahl zu würfeln.



Abbildung 2



Lösung

- $\frac{1}{2}$
- $\frac{2}{15}$

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	<p>Daten und Zufall: Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei ein- oder mehrstufigen Zufallsexperimenten, auch mit Hilfe entsprechender Visualisierungen (z. B. Baumdiagramm, Vierfeldertafel), ohne und mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge (MSA)
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	<p>mit mathematischen Objekten umgehen: Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> führen komplexere Lösungs- und Kontrollverfahren aus. (AFB II) <p>mathematisch argumentieren: Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> geben vertraute Argumentationen wieder (wie Rechnungen, Verfahren, Herleitungen, Sätze). (AFB I)



Material und Aufgabenstellung

Ein fairer 12er-Spielwürfel und ein fairer 24er-Würfel werden 1x gewürfelt.

Bei welchem dieser beiden Würfel ist es wahrscheinlicher, eine durch 7 teilbare Zahl zu würfeln?



Abbildung 3



Abbildung 4



Lösung

Beim 24er-Würfel.

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	Daten und Zufall: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei ein- oder mehrstufigen Zufallsexperimenten, auch mit Hilfe entsprechender Visualisierungen (z. B. Baumdiagramm, Vierfeldertafel), ohne und mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge (MSA)
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	mit mathematischen Objekten umgehen: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> verwenden Routineverfahren (z. B. Lösen einer linearen Gleichung) (AFB I)



Material und Aufgabenstellung

Ein fairer 24er-Spielwürfel wird einmal gewürfelt. Gib ein Ereignis an, bei dem die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$ ist.



Abbildung 4



Lösung

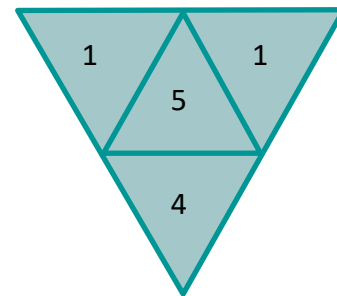
z.B. die Zahl ist durch 6 teilbar.

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	Daten und Zufall: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei ein- oder mehrstufigen Zufallsexperimenten, auch mit Hilfe entsprechender Visualisierungen (z. B. Baumdiagramm, Vierfeldertafel), ohne und mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge (MSA)
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	mit mathematischen Objekten umgehen: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> verwenden Routineverfahren (z. B. Lösen einer linearen Gleichung) (AFB I)



Material und Aufgabenstellung

Hier siehst du das Netz eines Tetraeders. Mit diesem wird gewürfelt. Jede Zahl wird mit gleicher Wahrscheinlichkeit gewürfelt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine Zahl kleiner als 4 zu werfen?



Lösung

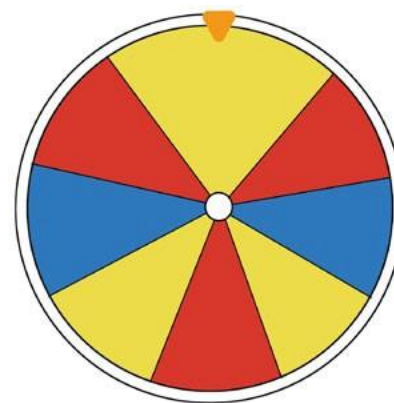
$$\frac{1}{2}$$

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	Daten und Zufall: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei ein- oder mehrstufigen Zufallsexperimenten, auch mit Hilfe entsprechender Visualisierungen (z. B. Baumdiagramm, Vierfeldertafel), ohne und mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge (MSA)
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	mit mathematischen Objekten umgehen: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> verwenden Routineverfahren (z. B. Lösen einer linearen Gleichung) (AFB I)



Material und Aufgabenstellung

- a) Das abgebildete Glücksrad wird einmal gedreht.
Gib die Wahrscheinlichkeit an, kein blaues Feld zu erzielen.
- b) Das abgebildete Glücksrad wird zweimal gedreht.
Gib die Wahrscheinlichkeit an, zweimal ein blaues Feld zu erzielen.



Lösung

- a) $\frac{7}{9}$
- b) $\frac{4}{81}$

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	Daten und Zufall: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> ermitteln und interpretieren Kenngrößen (z. B. Minimum, Maximum, arithmetisches Mittel, Median, Spannweite, Quartile), (MSA)
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	mit mathematischen Objekten umgehen: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> gehen mit vertrauten mathematischen Objekten (z. B. Strecken, Termen, Gleichungen) um. (AFB I)



Material und Aufgabenstellung

Gib das untere und das obere Quartil an.

1	3	7	8	8	10	11
---	---	---	---	---	----	----



Lösung

3 ; 10

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	Daten und Zufall: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> ermitteln und interpretieren Kenngrößen (z. B. Minimum, Maximum, arithmetisches Mittel, Median, Spannweite, Quartile), (MSA)
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	mit mathematischen Objekten umgehen: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> gehen mit vertrauten mathematischen Objekten (z. B. Strecken, Termen, Gleichungen) um. (AFB I) Probleme mathematisch lösen: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> wählen geeignete Heuristiken zur Lösung entsprechender Probleme aus. (AFB II)



Material und Aufgabenstellung

Ergänze zwei Werte so, dass der Median, das Minimum und das Maximum sich nicht verändern.

Weite Weitsprung (m)	3,60	3,90	4,05	4,45	6,20
----------------------	------	------	------	------	------



Lösung

Ein Wert muss zwischen 3,60 und 4,05 liegen. Der zweite Wert zwischen 4,05 und 6,20.



Ergänzende Hinweise

Schülerinnen und Schüler sollen in regelmäßigen Abständen zu Beginn einer Unterrichtsstunde einige Aufgaben aus dem Bereich Kopfmathematik bekommen und diese ohne Hilfsmittel lösen.



Quellen

Abbildung 1: Copyright Grafik: OpenCliüart-Vectors. (2016, 31. März). *Würfel Spiele Spielen*. Pixabay.
<https://pixabay.com/de/vectors/w%C3%BCrfel-spiele-spielen-1294902/>

Abbildungen 2–4: Copyright Grafik: IQB e. V. (2022). Würfel. Lizenz: Creative Commons (CC BY). Volltext unter: <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/legalcode.de>

Hußmann, S., Barzel, B., Leuders, T. & Prediger, S. (Hrsg.) (2012). *Mathewerkstatt. Mittlerer Schulabschluss. Allgemeine Ausgabe 5. Schuljahr*. Cornelsen.

Petzschler, I & Schöneburg-Lehnert, S. (Hrsg.) (2017). *Mathe im Kopf – Raumvorstellungen und Basiswissen. Mathematikunterricht 5–10*, Heft 39.

Pinkernell, G. & Streit, C. (Hrsg.) (2011). Kopfmathematik. *Mathematik Lehren 167*.

Weber, C. (2010). *Mathematische Vorstellungsübungen im Unterricht. Ein Handbuch für das Gymnasium*. Klett Kallmeyer.