

ILLUSTRIERENDE LERNAUFGABE FÜR DIE WEITERENTWICKELTEN BILDUNGSSTANDARDS IM FACH MATHEMATIK SEKUNDARSTUFE I

Aufgabentitel	Blumenkübel
Ziele der Aufgabe	Die Schülerinnen und Schüler schätzen Größen, ermitteln das Volumen eines komplexeren Körpers und bewerten eine Empfehlung.
Bildungsstufe	☐ ESA ☐ MSA ☒ Beide
Klassenstufe	9
Bearbeitungszeit gesamt in Minuten	20 - 30
Leitidee 1	Größen und Messen
Einsatz von (digitalen) Medien	Taschenrechner/Formelsammlung
Unterrichtsphase	Üben
Information	Nicht angesprochene Bereiche der Teilkompetenzen werden ausgegraut.

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	Zahl und Operation: Die Schülerinnen und Schüler • schätzen Größen mit Hilfe von Vorstellungen über geeignete Repräsentanten (z. B. typisches Objekt für eine Standardgröße) und nutzen dies auch zur Plausibilitätsprüfung.
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	Mathematisch modellieren: Die Schülerinnen und Schüler • ordnen einfachen Realsituationen aus dem Alltag mathematische Objekte zu. (AFB I)



Material und Aufgabenstellung

Die Erde in dem Blumenkübel soll für eine neue Bepflanzung ausgetauscht werden. Der Blumenkübel hat die Form eines regelmäßigen Sechsecks.

Schätze die Kantenlänge und die Höhe des Blumenkübels.

Tipp: Berücksichtige die Größe eines Pflastersteins (genau: Doppel-T-Verbundpflaster).



Abbildung 1



Lösung

Ein Doppel-T-Verbundpflaster hat eine Länge von 20 cm. Somit sollte die Kantenlänge des Blumenkübels a bei der Modellierung zwischen 40 cm und 50 cm liegen. Die Höhe des Blumenkübels $H_{\text{Blumenkübel}}$ sollte zwischen 25 cm und 40 cm bei der Modellierung betragen.

Messwerte:

Kantenlänge des Blumenkübels $a=43$ cm

Blumenkübel $H_{\text{Blumenkübel}}=39$ cm

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	Größen und Messen: Die Schülerinnen und Schüler berechnen Volumen und Oberflächeninhalt von Quader, Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel und Kugel sowie daraus zusammengesetzten Körpern.
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	Mathematisch modellieren: Die Schülerinnen und Schüler - wählen ein geeignetes mathematisches Modell aus (AFB II) - nehmen Mathematisierungen vor, die mehrere Schritte erfordern (AFB II) Mit mathematischen Objekten umgehen: - führen komplexere Lösungs- und Kontrollverfahren aus (AFB II)



Material und Aufgabenstellung

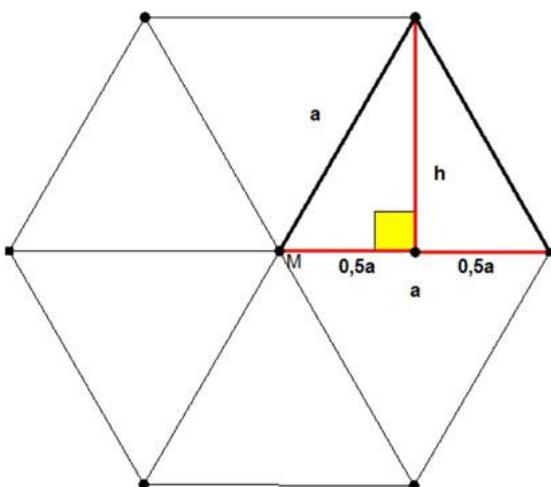
Berechne, wie viel Liter Blumenerde benötigt werden.



Lösung

Das regelmäßige Sechseck besteht aus sechs gleichseitigen Dreiecken. Zunächst wird der Flächeninhalt eines gleichseitigen Dreiecks bestimmt.

Skizze des Grundrisses des Blumenkübels:



$$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a$$

$$A_{\text{gleichseitiges Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a\right) = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$$

$$A_{\text{Sechseck}} = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 = 1,5 \cdot \sqrt{3} \cdot a^2$$

$$\text{Grundfläche}_{\text{Blumenkübel}} = 1,5 \cdot \sqrt{3} \cdot a^2$$

$$\text{Volumen}_{\text{Blumenkübel}} = 1,5 \cdot \sqrt{3} \cdot a^2 \cdot H_{\text{Blumenkübel}}$$



Ergänzende Hinweise für alle Teilaufgaben:

Die Rechnung soll mit den Werten aus Teilaufgabe 1) durchgeführt werden. Die Werte variieren, so dass hier mit Variablen gearbeitet wurde.

Exemplarisch wird mit den gemessenen Werten gerechnet:

Kantenlänge $a=43\text{ cm}$ und Blumenkübel $H_{\text{Blumenkübel}}=39\text{ cm}$

$$\text{Volumen}_{\text{Blumenkübel}} = 1,5 \cdot \sqrt{3} \cdot (43\text{ cm})^2 \cdot 39\text{ cm} \approx 187350\text{ cm}^3 = \mathbf{187,350\text{ l}}$$

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	Größen und Messen: entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen damit Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg in Bezug auf die Sachsituation.
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	mathematisch modellieren: - prüfen Ergebnisse einer Modellierung auf Plausibilität in Bezug auf die Ausgangssituation, entnehmen Informationen aus einfachen mathematischen Texten und Abbildungen. (AFB II) mathematisch kommunizieren: - stellen Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse und Verfahren verständlich dar. (AFB II) mit mathematischen Objekten umgehen: - führen komplexere Lösungs- und Kontrollverfahren aus. (AFB II)



Material und Aufgabenstellung

Der Blumenkübel wird mit Blumenerde befüllt. 1 Liter Blumenerde wiegt etwa 0,5 kg. Der Blumenkübel wiegt ohne Blumenerde 50 kg.

- Berechne das Gewicht des mit Blumenerde befüllten Blumenkübels.
- Familie Serck überlegt, ob sie den Blumenkübel auf ihren Balkon stellt. Dazu entdeckt sie folgenden

Hinweis:

- Gebäude mit Baujahr bis 2010: 500 Kilogramm pro Quadratmeter
- Gebäude mit Baujahr ab 2010: 400 Kilogramm pro Quadratmeter

Copyright Text: Heim-Redaktion. (2022, 21. Juli). *Traglast Balkon*: Standard Belastung pro m². Hausgarten. Abgerufen am 18. April 2023, von <https://www.hausgarten.net/heimwerken/haus/fenster/traglast-balkon.html>

Kann der Blumenkübel auf den Balkon von Familie Serck gestellt werden?



Lösung

- Der Blumenkübel hat ein Fassungsvermögen von etwa 190 Litern.

$$0,5 \text{ kg} \cdot 190 = 95 \text{ kg}$$

$$95 \text{ kg} + 50 \text{ kg} = 145 \text{ kg}$$

Das Gewicht des befüllten Blumenkübels beträgt 145 kg.

- Der Blumenkübel kann bedenkenlos auf den Balkon von Familie Serck gestellt werden.

	Illustrierte Standards
inhaltsbezogene Kompetenz	Größen und Messen: entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen damit Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg in Bezug auf die Sachsituation.
prozessbezogene Kompetenzen (AFB)	Mathematisch kommunizieren: - vergleichen und bewerten Äußerungen von anderen zu mathematischen Inhalten sachlich und fachlich angemessen (AFB III) Mathematisch modellieren: - reflektieren und beurteilen verwendete mathematische Modelle kritisch, z. B. in Bezug auf die Realsituation (AFB III)



Material und Aufgabenstellung

Der Blumenkasten soll mit verschiedenen Pflanzen bepflanzt werden. Im Internet findet man folgende Empfehlung:

Mit dieser genannten Pflanzendichte erzielt man ein gutes Verhältnis zwischen Kosten und schneller Begrünung:

Wer mit relativ wenigen Pflanzen auskommen will, um Kosten zu sparen, setzt nur 5 Pflanzen pro Quadratmeter. Durch das Pflanzenwachstum in den ersten ein bis zwei Jahren ist damit eine Fläche vollständig begrünt.

Wenn Sie 11 Pflanzen pro Quadratmeter setzen, wird Unkraut schneller unterdrückt und der Pflegeaufwand gemindert.

Text 1

Wie viele Pflanzen sollen eingepflanzt werden? Begründe deine Entscheidung.



Lösung

Die Grundfläche des Blumenkübels beträgt bei dieser Modellierung $4804 \text{ cm}^2 = 0,48 \text{ m}^2 \approx 0,5 \text{ m}^2$.

Variante 1

Fläche	Anzahl Pflanzen
1 m ²	5
3 m ²	15

Variante 2

Fläche	Anzahl Pflanzen
1 m ²	11
3 m ²	33

Man sollte zwischen 3 und 6 Pflanzen kaufen. Die genaue Anzahl ist eine persönliche Entscheidung und sollte plausibel begründet werden.



Ergänzende Hinweise

Für alle Teilaufgaben:

Bei dieser Aufgabe werden verschiedene Themen im Rahmen einer mathematischen Modellierung miteinander verknüpft. Zunächst sollen die Lernenden Größen unter geeigneten Maßnahmen schätzen und das Ergebnis auf Plausibilität prüfen. Im nächsten Schritt gilt es die Grundfläche des Blumenkübels zu bestimmen. Hierbei ist eine Verknüpfung erforderlich. Die Lernenden müssen dabei erkennen, dass es sich um sechs gleichseitige Dreiecke handelt. Nachdem das Volumen bestimmt wurde, gilt es zu überlegen, wie viele Pflanzen in den Blumenkübel eingepflanzt werden können. Hierzu gilt es Handlungsempfehlungen zu bewerten und kritisch zu hinterfragen, so dass die Lernenden eine eigene Entscheidung anhand der Empfehlung treffen. Am Ende der Aufgabe lohnt es sich innerhalb der Lerngruppe die unterschiedlichen Ergebnisse zu vergleichen und zu diskutieren. Dabei wird das rein rechnerische Umgehen mit Größen kognitiv angereichert im Sinne von Problemlösen und Argumentieren.

Im Rahmen der Differenzierung können gezielte Hilfen erteilt werden, die die Aufgabe vereinfachen und die Lernenden zielgerichtet lenken.



Quellen

Abbildung 1: IQB e. V. (2024). Blumenkübel. Lizenz: Creative Commons (CC BY). Volltext unter:

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/legalcode.de>

Text 1: Copyright Text: Baumschule Direkt. *Wie viele Bodendeckerpflanzen benötigt man pro Quadratmeter - wie groß muss der Pflanzabstand sein?* <https://www.baumschuledirekt.de/Pflanzenbedarf-Pflanzabstand-:11010.html>