

ILLUSTRIERENDE LERNAUFGABE FÜR DIE WEITERENTWICKELTEN BILDUNGSSTANDARDS IM FACH MATHEMATIK PRIMARBEREICH

Aufgabentitel	Hilfsaufgaben als Rechenstrategie verstehen und anwenden
Darstellung und Erläuterung der Gesamtaufgabe	<p>Beim mündlichen und halbschriftlichen Rechnen nutzen die Schülerinnen und Schüler unterschiedliche Rechenstrategien. Eine mögliche Strategie kann sein, sich eine Aufgabe zu suchen, die einfacher zu rechnen ist. Ggf. muss das Ergebnis der Aufgabe nachträglich mit Bezug zur ursprünglichen Aufgabe verändert werden. Diese Strategie wird oft und im Folgenden auch „Hilfsaufgabe“ genannt.</p> <p>Bei der Strategie „Hilfsaufgabe“ geht es im Kern darum, dass die Kinder in einem ersten Rechenschritt eine Aufgabe suchen, mit der sie einfacher das Ergebnis ermitteln können. Dazu nutzen sie z. B. die Nähe einer Zahl (oder mehrerer Zahlen) zum Zehner und verändern so die Aufgabe (z. B. $129 + 34 \rightarrow 130 + 34 = 164$). Im anschließenden zweiten Schritt erfolgt eine nachträgliche Korrektur mit Bezug auf die ursprüngliche Aufgabenstellung ($164 - 1 = 163$).</p> <p>Die hier ausgewählten Aufgaben ermöglichen den Schülerinnen und Schülern, die Strategie der Hilfsaufgabe zu verstehen und flexibel bei passenden Aufgaben anzuwenden.</p> <p>Darüber hinaus vertiefen sie das Verständnis für diese Rechenstrategie, indem sie beschreiben und begründen, worin der Rechenvorteil liegen kann.</p>
Klassenstufe	3-4
Leitidee 1	Zahl und Operation
Schwerpunkt	Rechenoperationen verstehen und beherrschen. Mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien verstehen und flexibel einsetzen.
Information	Nicht angesprochene Bereiche der Teilkompetenzen werden ausgegraut.

inhaltsbezogene Kompetenz	Zahl und Operation: Rechenoperationen verstehen und beherrschen Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • verstehen mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien zu den vier Grundrechenarten und setzen diese flexibel ein. • übertragen die Grundaufgaben des Kopfrechnens auf analoge Aufgaben im Zahlenraum bis zur Million.
prozessbezogene Kompetenzen	Mathematisch kommunizieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben und erklären (auch unter Nutzung geeigneter Medien) Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten, Lösungswege und Ergebnisse adressatengerecht. • erläutern mathematische Zusammenhänge. • vollziehen Lösungen und Lösungswege anderer nach, hinterfragen und entwickeln diese gemeinsam weiter.
Unterrichtsphase	Erkunden und Systematisieren



Material und Aufgabenstellung

a) Vergleiche die Aufgaben (links) mit Leos Aufgaben (rechts).
 Was fällt dir auf? Beschreibe. (AB II)

$26 + 299$	Leo rechnet: $26 + 300$
$399 + 234$	Leo rechnet: $400 + 234$
$129 + 242$	Leo rechnet: $130 + 242$
$345 + 239$	Leo rechnet: $345 + 240$

b) Leo sagt: „Um eine Aufgabe zu lösen, kann ich eine Hilfsaufgabe nutzen.“
 Erkläre, was Leo meinen könnte. (AB III)



Lösungen von Schülerinnen und Schülern

- a) *Mir fällt auf, dass Leo 1 mehr rechnet.*
 b) *Leo meint: Dass man halbschriftlich rechnen kann. Dadurch wird die Aufgabe einfacher. Man muss dann aber noch 1 abziehen.*

inhaltsbezogene Kompetenz	Zahl und Operation: Rechenoperationen verstehen und beherrschen Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • verstehen mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien zu den vier Grundrechenarten und setzen diese flexibel ein. • übertragen die Grundaufgaben des Kopfrechnens auf analoge Aufgaben im Zahlenraum bis zur Million.
prozessbezogene Kompetenzen	Mathematisch argumentieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen zu mathematischen Zusammenhängen auf. • formulieren Begründungen und vollziehen Begründungen anderer nach. Mathematisch kommunizieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • erläutern mathematische Zusammenhänge.
Unterrichtsphase	Erkunden und Systematisieren



Material und Aufgabenstellung

- a) Wähle Aufgaben aus, die du mit einer Hilfsaufgabe rechnen würdest. Kreuze an. (AB I)
- $28 + 795$
 - $135 + 226$
 - $621 + 42$
 - $419 + 114$
 - $301 + 425$
- b) Rechne die von dir angekreuzten Aufgaben mit der Hilfsaufgabe. (AB II)
- c) Begründe, warum du die Aufgaben mit einer Hilfsaufgabe rechnen kannst. (AB III)



Lösungen von Schülerinnen und Schülern

c) *419 + 114 rechne ich mit einer Hilfsaufgabe. 419 ist nah an 420 und mit 420 kann ich einfacher rechnen. $420 + 114 = 534$. Jetzt muss ich vom Ergebnis noch 1 abziehen. Denn 420 ist eins mehr als 419. Ich habe die genommen, weil vorne geht man auf den Zehner, aber zum Schluss muss man die Zahl, die man dazu tut, dass man auf 10 kommen kann, minus rechnen. Ich rechne diese Aufgaben, weil sie Zahlen enthalten, die nah an Zehnern liegen. Ich nehme die Hilfsaufgabe, wenn auf der Einerstelle eine 8, 9, 1, 2 steht.*



Ergänzende Hinweise

Eine Hilfsaufgabe muss nicht zwangsläufig durch die Nähe zum Zehner bestimmt sein. Es ist wichtig, dass die Kinder die Auswahl der Hilfsaufgabe inhaltlich begründen.

inhaltsbezogene Kompetenz	Zahl und Operation: Rechenoperationen verstehen und beherrschen Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> verstehen mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien zu den vier Grundrechenarten und setzen diese flexibel ein.
prozessbezogene Kompetenzen	Mathematisch Kommunizieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> beschreiben und erklären (auch unter Nutzung geeigneter Medien) Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten, Lösungswege und Ergebnisse adressatengerecht. erläutern mathematische Zusammenhänge.
Unterrichtsphase	Sichern und Vertiefen



Material und Aufgabenstellung

a) Verbinde die Aufgabe (links) mit einer passenden Hilfsaufgabe (rechts). (AB I)

435 + 129

440 + 134

129 + 437

450 + 134

439 + 134

130 + 437

135 + 449

435 + 130

129 + 441

135 + 450

130 + 441

b) Wie bist du vorgegangen? Erkläre. (AB II)



Lösungen von Schülerinnen und Schülern

b) Ich habe geguckt, wo ganze Zehner sind, die zu der ersten Aufgabe passen.

inhaltsbezogene Kompetenz	Zahl und Operation: Rechenoperationen verstehen und beherrschen Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • verstehen mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien zu den vier Grundrechenarten und setzen diese flexibel ein. • übertragen die Grundaufgaben des Kopfrechnens auf analoge Aufgaben im Zahlenraum bis zur Million.
prozessbezogene Kompetenzen	Mit mathematischen Objekten und Werkzeugen arbeiten: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • verwenden mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht. • verwenden mathematische Objekte (z. B. Zahldarstellungen, Terme, Ecken, Kanten, Tabellen, Diagramme) bei der Bearbeitung mathematischer Aufgaben- und Problemstellungen sicher und flexibel. Mathematisch kommunizieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben und erklären (auch unter Nutzung geeigneter Medien) Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten, Lösungswege und Ergebnisse adressatengerecht. • erläutern mathematische Zusammenhänge.
Unterrichtsphase	Sichern und Vertiefen



Material und Aufgabenstellung

a) Rechne die Aufgaben mit einer Hilfsaufgabe. (AB II)

$$279 + 123$$

$$427 + 199$$

$$499 + 329$$

$$138 + 451$$

b) Finde weitere Aufgaben, die du mit einer Hilfsaufgabe rechnen kannst. Erkläre. (AB II)



Lösungen von Schülerinnen und Schülern

b) *Ich habe eine Aufgabe gesucht, bei der die erste Zahl nah an einem Zehner liegt*

$$249 + 185$$

$$250 + 185$$

$$250 + 185 - 1$$

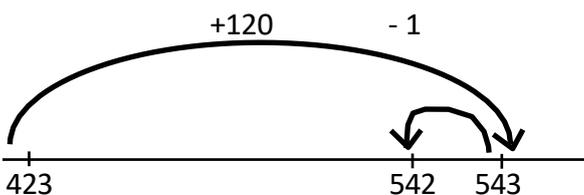
inhaltsbezogene Kompetenz	<p>Zahl und Operation: Rechenoperationen verstehen und beherrschen Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • verstehen mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien zu den vier Grundrechenarten und setzen diese flexibel ein. • übertragen die Grundaufgaben des Kopfrechnens auf analoge Aufgaben im Zahlenraum bis zur Million. • beschreiben, vergleichen und bewerten verschiedene Rechenwege; finden, erklären und berichtigen Rechenfehler.
prozessbezogene Kompetenzen	<p>Mathematisch kommunizieren: Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • Beschreiben und erklären (auch unter Nutzung geeigneter Medien) Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten, Lösungswege und Ergebnisse adressatengerecht. • Erläutern mathematische Zusammenhänge. • Vollziehen Lösungen und Lösungswege anderer nach, hinterfragen und entwickeln diese gemeinsam weiter. <p>Mathematisch darstellen: Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • wählen geeignete Darstellungsformen für das Bearbeiten mathematischer Fragestellungen aus und nutzen und entwickeln diese. • übertragen eine Darstellungsform in eine andere.
Unterrichtsphase	Sichern und Vertiefen



Material und Aufgabenstellung

Mila löst die Aufgabe $423 + 119$ mit einer Hilfsaufgabe am Rechenstrich.

$$423 + 119 = 542$$



a) Erkläre, wie Mila vorgeht. (Ab II)

b) Löse die Aufgaben mit einer Hilfsaufgabe am Rechenstrich. (AB II)

$$275 + 159 =$$

$$367 + 496 =$$

inhaltsbezogene Kompetenz	Zahl und Operation: Rechenoperationen verstehen und beherrschen Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • verstehen mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien zu den vier Grundrechenarten und setzen diese flexibel ein. • übertragen die Grundaufgaben des Kopfrechnens auf analoge Aufgaben im Zahlenraum bis zur Million. • beschreiben, vergleichen und bewerten verschiedene Rechenwege; finden, erklären und berichtigen Rechenfehler.
prozessbezogene Kompetenzen	Mathematisch kommunizieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben und erklären (auch unter Nutzung geeigneter Medien) Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten, Lösungswege und Ergebnisse adressatengerecht. • erläutern mathematische Zusammenhänge. • vollziehen Lösungen und Lösungswege anderer nach, hinterfragen und entwickeln diese gemeinsam weiter.
Unterrichtsphase	Sichern und Vertiefen



Material und Aufgabenstellung

Einige Kinder haben falsch gerechnet.

a) Finde die Fehler und markiere sie. (AB II)

b) Beschreibe die Fehler. (AB II)

c) Löse die fehlerhaften Aufgaben noch einmal. Nutze Hilfsaufgaben. (AB II)

$$\underline{219 + 27 =}$$

$$220 + 27 = 247$$

$$247 + 1 = 248$$

$$\underline{623 + 248 =}$$

$$623 + 250 = 873$$

$$873 - 2 = 871$$

$$\underline{721 + 115 =}$$

$$720 + 115 = 835$$

$$835 - 1 = 834$$

$$\underline{519 + 218 =}$$

$$520 + 220 = 740$$

$$740 - 3 = 737$$



Lösungen von Schülerinnen und Schülern

$$\begin{array}{l} b) \underline{219 + 27 =} \\ 220 + 27 = 247 \\ 247 + 1 = 248 \end{array}$$

Er hat nicht -1 hingeschrieben, sondern +1.

$$\begin{array}{l} d) \text{ Richtig ist:} \\ \underline{219 + 27 = 246} \\ 220 + 27 = 247 \\ 247 - 1 = 246 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} b) \underline{721 + 115 =} \\ 720 + 115 = 835 \\ 835 - 1 = 834 \end{array}$$

Er hat nicht +1 hingeschrieben, sondern -1.

$$\begin{array}{l} d) \text{ Richtig ist:} \\ \underline{721 + 115 = 836} \\ 720 + 115 = 835 \\ 835 + 1 = 836 \end{array}$$

inhaltsbezogene Kompetenz	Zahl und Operation: Rechenoperationen verstehen und beherrschen Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • verstehen mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien zu den vier Grundrechenarten und setzen diese flexibel ein. • übertragen die Grundaufgaben des Kopfrechnens auf analoge Aufgaben im Zahlenraum bis zur Million. • beschreiben, vergleichen und bewerten verschiedene Rechenwege; finden, erklären und berichtigen Rechenfehler.
prozessbezogene Kompetenzen	Mathematisch kommunizieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • vollziehen Lösungen und Lösungswege anderer nach, hinterfragen und entwickeln diese gemeinsam weiter.
Unterrichtsphase	Sichern und Vertiefen



Material und Aufgabenstellung

Farin hat die Aufgaben auf unterschiedliche Weise gerechnet.

O $359 + 342 = 701$
 $300 + 300 = 600$
 $\underline{50 + 40 = 90}$
 $9 + 2 = 11$

O $129 + 499 = 628$
 $130 + 500 = 630$
 $\underline{630 - 2 = 628}$

O $111 + 597 = 708$
 $111 + 500 = 611$
 $\underline{611 + 90 = 701}$
 $701 + 7 = 708$

O $643 + 199 = 842$
 $643 + 200 = 843$
 $\underline{843 - 1 = 842}$

- a) Welche Aufgaben hat er mit einer Hilfsaufgabe gerechnet? Kreuze an. (AB II)
 b) Rechne auch die anderen Aufgaben mit einer Hilfsaufgabe aus. (AB II)

inhaltsbezogene Kompetenz	Zahl und Operation: Rechenoperationen verstehen und beherrschen Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • verstehen mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien zu den vier Grundrechenarten und setzen diese flexibel ein. • übertragen die Grundaufgaben des Kopfrechnens auf analoge Aufgaben im Zahlenraum bis zur Million. • beschreiben, vergleichen und bewerten verschiedene Rechenwege; finden, erklären und berichtigen Rechenfehler.
prozessbezogene Kompetenzen	Mathematisch argumentieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • formulieren Begründungen und vollziehen Begründungen anderer nach. Mathematisch kommunizieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • erläutern mathematische Zusammenhänge. • vollziehen Lösungen und Lösungswege anderer nach, hinterfragen und entwickeln diese gemeinsam weiter.
Unterrichtsphase	Sichern und Vertiefen



Material und Aufgabenstellung

a) Louis rechnet $154 + 298$ schrittweise:

$$\begin{array}{r} 154 + 298 = 443 \\ \hline 154 + 200 = 354 \\ 354 + 90 = 444 \\ 444 + 8 = 452 \end{array}$$

Wie könnte Anna rechnen? (AB II)

Anna



„Ich rechne mit einer Hilfsaufgabe.“

b) Leni rechnet $431 + 565$ stellenweise:

$$\begin{array}{r} 431 + 565 = 996 \\ 400 + 500 = 900 \\ 30 + 60 = 90 \\ 1 + 5 = 6 \end{array}$$

Murat sagt: Ich rechne mit einer Hilfsaufgabe.

Wie könnte Murat rechnen? (AB II)

Welche Lösungsstrategie findest du besonders sinnvoll? Warum? Begründe. (AB III) 



Lösungen von Schülerinnen und Schülern

b) Ich finde mit einer Hilfsaufgabe kann man schneller rechnen. Dann muss man nicht so viele Rechnungen machen und weniger Aufgaben aufschreiben.



Ergänzende Hinweise

Die Begriffe „Schrittweise“ und „Stellenweise“ sind den Lernenden vertraut.

inhaltsbezogene Kompetenz	Zahl und Operation: Rechenoperationen verstehen und beherrschen Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • verstehen mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien zu den vier Grundrechenarten und setzen diese flexibel ein. • übertragen die Grundaufgaben des Kopfrechnens auf analoge Aufgaben im Zahlenraum bis zur Million.
prozessbezogene Kompetenzen	Mathematisch argumentieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen zu mathematischen Zusammenhängen auf. • formulieren Begründungen und vollziehen Begründungen anderer nach. Mathematisch kommunizieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben und erklären (auch unter Nutzung geeigneter Medien) Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten, Lösungswege und Ergebnisse adressatengerecht. • erläutern mathematische Zusammenhänge.
Unterrichtsphase	Erfassen und Testen



Material und Aufgabenstellung

a) Wähle zwei Aufgaben aus, die du mit einer Hilfsaufgabe rechnen würdest.

Rechne diese mit der Hilfsaufgabe aus. (AB II)

- O $224 + 315$
- O $247 + 248$
- O $178 + 14$
- O $421 + 537$
- O $28 + 36$
- O $199 + 299$

b) Begründe, warum du die beiden Aufgaben mit einer Hilfsaufgabe rechnest. (AB II)



Lösungen von Schülerinnen und Schülern

a)
$$\begin{array}{r} 421 + 537 = 958 \\ 420 + 537 = 957 \\ 957 + 1 = 958 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 199 + 299 = 498 \\ 200 + 300 = 500 \\ 500 - 2 = 498 \end{array}$$

b) Die Hilfsaufgabe eignet sich, weil die Einer nah an den Zehnern sind. Wenn die Zahlen nah an einem Zehner stehen kann man sie leicht mit Hilfsaufgaben rechnen.

inhaltsbezogene Kompetenz	Zahl und Operation: Rechenoperationen verstehen und beherrschen Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • verstehen mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien zu den vier Grundrechenarten und setzen diese flexibel ein. • übertragen die Grundaufgaben des Kopfrechnens auf analoge Aufgaben im Zahlenraum bis zur Million. • beschreiben, vergleichen und bewerten verschiedene Rechenwege; finden, erklären und berichtigen Rechenfehler
prozessbezogene Kompetenzen	Mathematisch kommunizieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • erläutern mathematische Zusammenhänge. • vollziehen Lösungen und Lösungswege anderer nach, hinterfragen und entwickeln diese gemeinsam weiter.
Unterrichtsphase	Erfassen und Testen



Material und Aufgabenstellung

$$\begin{array}{r} 479 + 27 = 508 \\ 480 + 27 = 507 \\ 507 + 1 = 508 \end{array}$$

- a) Serkan hat einen Fehler gemacht. Markiere den Fehler und beschreibe ihn. (AB II)
 b) Löse diese Aufgaben noch einmal. Nutze eine Hilfsaufgabe. (AB II)



Quellen

Wittmann, Ch. (2009). Handbuch produktiver Rechenübungen. Stuttgart: Ernst Klett Verlag GmbH.