

ILLUSTRIERENDE LERNAUFGABE FÜR DIE WEITERENTWICKELTEN BILDUNGSSTANDARDS IM FACH MATHEMATIK PRIMARBEREICH

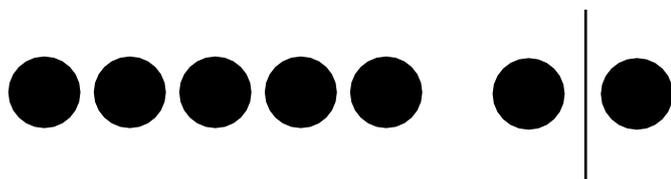
Aufgabentitel	Die Gleichheit von mathematischen Ausdrücken erkennen, darstellen und nutzen
Darstellung und Erläuterung der Gesamtaufgabe	Das Gleichheitszeichen hat in der Primarstufe zum einen die Funktion, die Gleichheit zwischen einer Aufgabe und dem zugehörigen Ergebnis aufzuzeigen. In diesem Sinne kann es auch als Handlungszeichen verstanden werden, d.h. als Aufforderung zum Ausrechnen. Zugleich ist es allerdings wichtig, dass es als ein Relationszeichen verstanden wird, das die Gleichwertigkeit von verschiedenen mathematischen Ausdrücken (z.B. Term und Zahl oder Term und Term) beschreibt. Die Entwicklung eines umfassenden Gleichheitsverständnisses ist eine wichtige Voraussetzung für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe und das Rechnen mit Variablen. In der Primarstufe geht es in erster Linie darum, ein anschlussfähiges Gleichheitsverständnis aufzubauen, indem die Kinder ihren Fokus auf die Beziehungen zwischen Termen und/oder Zahlen auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens richten. Um dieses Gleichheitsverständnis zu fördern, sind elementare mathematische Strukturen, denen die Gleichwertigkeit von Termen zugrunde liegt, in den Blick zu nehmen, darzustellen und zu nutzen
Klassenstufe	ab Klasse 1
Leitidee 1	Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang
Leitidee 2	Zahl und Operation
Schwerpunkt	Gleichheit von mathematischen Ausdrücken erkennen, darstellen und nutzen (z.B. durch Terme ausdrücken, Rechenausdrücke umformen und vergleichen)
ggf. zusätzliche Kompetenzen	Die Schülerinnen und Schüler erkennen und beschreiben Strukturen in arithmetischen und geometrischen Mustern (z.B. Zahlenfolgen, Pentominos) und nutzen diese in mathematischen Kontexten
Information	Nicht angesprochene Bereiche der Teilkompetenzen werden ausgegraut.

inhaltsbezogene Kompetenz	Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang: Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> erkennen, stellen Gleichheit von mathematischen Ausdrücken dar und nutzen diese (z.B. Zahlen durch verschiedene Terme ausdrücken und vergleichen)
prozessbezogene Kompetenzen	Mathematisch kommunizieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> beschreiben und erklären (auch unter Nutzung geeigneter Medien) Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten, Lösungswege und Ergebnisse adressatengerecht. erläutern mathematische Zusammenhänge
Unterrichtsphase	Erkunden und Systematisieren



Material und Aufgabenstellung

a) Zerlege 7 Plättchen und schreibe wie im Beispiel. (AB I)



$$7 = 6 + 1$$

b) Finde alle Möglichkeiten. (AB II)

c) Warum bist du sicher, dass du alle gefunden hast? Begründe. (AB III)

Tipp: Lege die Möglichkeiten oder zeichne sie in leere 10er-Felder ein.

d) Finde ebenso Aufgaben zur Zahl 13. (AB III)



Lösungen von Schülerinnen und Schülern

c) *Weil ich den Strich immer ein Plättchen weitergeschoben habe.*

Weil ich Tauschaufgaben gefunden habe und ich vor dem Strich immer ein Plättchen weniger und nach dem Strich immer ein Plättchen mehr hatte.

d)

$$13 = 3+10$$

$$13 = 5 + 8$$

$$13 = 3+5+5$$

$$13 = 1+1+1+10$$



Ergänzende Hinweise

Diese und auch die folgenden Aufgaben können im Zahlenraum variiert und so an alle Klassenstufen und für die Lerngruppe differenziert angepasst werden. Hierfür bieten sich u.a. das 20er-Feld, bzw. 100er-Feld an.

In größeren Zahlenräumen können die Zerlegungen eingeschränkt werden (z.B. Zerlege die Zahl 1.300 in Hunderter. Schreibe so: $1.300 = 900 + 400$). Für die Kinder können Anschauungsmaterialien (z.B. Punktefelder oder Mehrsystemmaterial) zur Verfügung gestellt werden, um die Aufgaben zu legen und zu erklären.

inhaltsbezogene Kompetenz	Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang: Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> erkennen, stellen Gleichheit von mathematischen Ausdrücken dar und nutzen diese (z.B. Zahlen durch verschiedene Terme ausdrücken)
prozessbezogene Kompetenzen	Mit mathematischen Objekten und Werkzeugen arbeiten: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> verwenden mathematische Objekte (z. B. Zahldarstellungen, Terme, Ecken, Kanten, Tabellen, Diagramme) bei der Bearbeitung mathematischer Aufgaben- und Problemstellungen sicher und flexibel.
Unterrichtsphase	Erkunden und Systematisieren



Material und Aufgabenstellung

a) Marie hat zur **Zahl 25** verschiedene Plusaufgaben gefunden:

- $25 = 20 + 5$
- $25 = 19 + 6$
- $25 = 11 + 15$
- $25 = 12 + 13$
- $25 = 9 + 6$
- $25 = 18 + 7$

Moritz



„Das Ergebnis von manchen Plus-Aufgaben ist nicht gleichviel wie 25.“

Finde die Fehler und verbessere die Aufgaben. (AB I)

b) Moritz hat noch weitere Aufgaben mit Ergebnis 25 gesucht. Er schreibt so auf:

$$10 + 15 = 13 + 12$$

Finde ebenso Aufgaben, deren Ergebnis 25 ist. Schreibe auf wie Moritz. (AB II)

inhaltsbezogene Kompetenz	Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang: Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> erkennen, stellen Gleichheit von mathematischen Ausdrücken dar und nutzen diese (z.B. Zahlen durch verschiedene Terme ausdrücken und vergleichen)
prozessbezogene Kompetenzen	Mathematisch kommunizieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> beschreiben und erklären (auch unter Nutzung geeigneter Medien) Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten, Lösungswege und Ergebnisse adressatengerecht. erläutern mathematische Zusammenhänge. Mit mathematischen Objekten und Werkzeugen arbeiten: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> verwenden mathematische Objekte (z. B. Zahldarstellungen, Terme, Ecken, Kanten, Tabellen, Diagramme) bei der Bearbeitung mathematischer Aufgaben- und Problemstellungen sicher und flexibel.
Unterrichtsphase	Sichern und Vertiefen



Material und Aufgabenstellung

a) Immer 2 Aufgaben haben das gleiche Ergebnis. Welche Aufgaben passen zusammen? Verbinde. (AB I)

$10 + 3$	$2 + 6$	$5 + 5 + 2$	$7 + 7$	$9 + 9$
$10 + 2$	$8 + 5$	$5 + 5 + 4$	$20 - 2$	$1 + 1 + 5$

b) Das Ergebnis von der Aufgabe auf der linken Seite ist gleich zu dem auf der rechten Seite. Finde die passende Zahl. Erkläre: Wie gehst du vor? (AB II)

$5 + 6 = 10 + \underline{\quad}$	$8 + 6 = 7 + \underline{\quad}$	$5 + 5 + 6 = \underline{\quad} + 1$
$5 + 9 = 10 + \underline{\quad}$	$7 + 5 = 6 + \underline{\quad}$	$3 + 3 + 5 = \underline{\quad} + 5$
$5 + 7 = \underline{\quad} + 2$	$9 + 7 = \underline{\quad} + 8$	$4 + 4 + 6 = 4 + \underline{\quad}$

c) Finde ebenso zwei Aufgaben mit gleichem Ergebnis und schreibe auf wie bei b). (AB II)

inhaltsbezogene Kompetenz	Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang: Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • erkennen, stellen Gleichheit von mathematischen Ausdrücken dar und nutzen diese (z.B. Zahlen durch verschiedene Terme ausdrücken)
prozessbezogene Kompetenzen	Mathematisch kommunizieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben und erklären (auch unter Nutzung geeigneter Medien) Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten, Lösungswege und Ergebnisse adressatengerecht. • erläutern mathematische Zusammenhänge. Mit mathematischen Objekten und Werkzeugen arbeiten: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • verwenden mathematische Objekte (z. B. Zahldarstellungen, Terme, Ecken, Kanten, Tabellen, Diagramme) bei der Bearbeitung mathematischer Aufgaben- und Problemstellungen sicher und flexibel.
Unterrichtsphase	Sichern und Vertiefen



Material und Aufgabenstellung

a) Vergleiche immer die Aufgabe auf der linken und der rechten Seite. Beschreibe, was dir auffällt. (AB I)

$$28 + 16 = 30 + 14 \quad 39 + 14 = 40 + 13 \quad 48 + 27 = 50 + 25 \quad 57 + 34 = 60 + 31$$

b) Warum ist die Summe auf der linken Seite gleich zur Summe auf der rechten Seite? Erkläre bei jedem Aufgabenpaar. (AB II)

c) Finde zu jeder Aufgabe eine passende Aufgabe für die rechte Seite. Erkläre, warum die Ergebnisse deiner Aufgaben auf der linken und rechten Seite gleich sind. (AB III)

$$38 + 26 = \underline{\quad} + \underline{\quad} \quad 67 + 18 = \underline{\quad} + \underline{\quad} \quad 29 + 45 = \underline{\quad} + \underline{\quad}$$



Lösungen von Schülerinnen und Schülern

b) Eine der beiden Zahlen wurde zum glatten Zehner gemacht, indem man die fehlenden Einer von der anderen Zahl wegnimmt.

Ein Summand wird aufgerundet zum nächsten Zehner. Dafür wird die fehlende Zahl von dem anderen Summanden weggenommen. Die Summe ist so unverändert.

Bei der einen Zahl wird das dazugetan, was bei der anderen weggenommen wird. Beide Ergebnisse bleiben gleich.



Ergänzende Hinweise

Diese Aufgabenstellungen können im Zahlenraum und hinsichtlich der Rechenoperation variiert und so an alle Klassenstufen und für die Lerngruppe differenziert angepasst werden (z. B. $42 - 19 = 43 - 20$ oder $54 - 28 = 56 - 30$).

inhaltsbezogene Kompetenz	Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang: Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> erkennen, stellen Gleichheit von mathematischen Ausdrücken dar und nutzen diese (z.B. Zahlen durch verschiedene Terme ausdrücken)
prozessbezogene Kompetenzen	Mathematisch kommunizieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> beschreiben und erklären (auch unter Nutzung geeigneter Medien) Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten, Lösungswege und Ergebnisse adressatengerecht. erläutern mathematische Zusammenhänge
Unterrichtsphase	Sichern und Vertiefen



Material und Aufgabenstellung

a) Betrachte die linke und die rechte Seite.

Wie verändern sich die Aufgaben? Beschreibe und finde die fehlenden Aufgaben. (AB I)

$$47 + 17 = 50 + 14$$

$$46 + 18 = 49 + \underline{\quad}$$

$$45 + \underline{\quad} = \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

b) Erkläre, warum das Ergebnis auf der rechten und linken Seite immer gleich bleibt.  (AB II)

inhaltsbezogene Kompetenz	Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang: Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> erkennen, stellen Gleichheit von mathematischen Ausdrücken dar und nutzen diese (z.B. Zahlen durch verschiedene Terme ausdrücken)
prozessbezogene Kompetenzen	Mathematisch kommunizieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> beschreiben und erklären (auch unter Nutzung geeigneter Medien) Überlegungen zu mathematischen Sachverhalten, Lösungswege und Ergebnisse adressatengerecht. erläutern mathematische Zusammenhänge Mathematisch argumentieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> formulieren Begründungen und vollziehen Begründungen nach.
Unterrichtsphase	Sichern und Vertiefen



Material und Aufgabenstellung

a) Finde die fehlenden Zahlen. Beschreibe das Muster. (AB II)

$$4 + 5 + 6 = 3 \cdot 5$$

$$7 + 8 + 9 = 3 \cdot 8$$

$$3 + 6 + \underline{\quad} = 3 \cdot \underline{\quad}$$

$$2 + \underline{\quad} + \underline{\quad} = 3 \cdot 4$$

b) Warum sind die Ergebnisse auf der rechten und der linken Seite gleich? Begründe. (AB III)

c) Finde nach dem Muster von a) zu den Aufgaben eine passende Aufgabe mit gleichem Ergebnis. (AB II)

$$2 + 5 + 8 = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad}$$

$$1 + 4 + 7 = \underline{\quad} \cdot \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = 3 \cdot 6$$

inhaltsbezogene Kompetenz	Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang: Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • erkennen, stellen Gleichheit von mathematischen Ausdrücken dar und nutzen diese (z.B. Zahlen durch verschiedene Terme ausdrücken)
prozessbezogene Kompetenzen	Mathematisch argumentieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • hinterfragen mathematische Aussagen und prüfen diese auf Korrektheit • formulieren Begründungen und vollziehen Begründungen anderer nach Mit mathematischen Objekten und Werkzeugen arbeiten: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> • verwenden mathematische Objekte (z. B. Zahldarstellungen, Terme, Ecken, Kanten, Tabellen, Diagramme) bei der Bearbeitung mathematischer Aufgaben- und Problemstellungen sicher und flexibel.
Unterrichtsphase	Erfassen und Testen



Material und Aufgabenstellung

a) Welche Zahl fehlt. (AB II)

$$12 = 10 + \underline{\quad}$$

$$12 = 5 + \underline{\quad}$$

$$12 = \underline{\quad} + 6$$

$$12 = 5 + \underline{\quad} + 2$$

b) Finde passende Aufgaben auf der rechten Seite. (ABII)

$$10 + 4 = \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

$$5 + 8 = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

c) Warum passen deine Aufgaben? Begründe.  (ABIII)

inhaltsbezogene Kompetenz	Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang: Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> erkennen, stellen Gleichheit von mathematischen Ausdrücken dar und nutzen diese (z.B. Zahlen durch verschiedene Terme ausdrücken)
prozessbezogene Kompetenzen	Mathematisch argumentieren: Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> hinterfragen mathematische Aussagen und prüfen diese auf Korrektheit. formulieren Begründungen und vollziehen Begründungen nach.
Unterrichtsphase	Erfassen und Testen



Material und Aufgabenstellung

a) Das Ergebnis auf beiden Seiten ist gleich. Finde die fehlenden Zahlen. (AB I)

$$27 + 18 = 30 + \underline{\quad} \quad 29 + 14 = \underline{\quad} + 13 \quad 28 + \underline{\quad} = 30 + 24 \quad \underline{\quad} + 15 = 60 + 13$$

b) Wann bleibt das Ergebnis bei der Addition gleich? Kreuze an. (AB II)

- Wenn die erste Zahl um eine Anzahl verkleinert wird, muss die zweite Zahl gleich bleiben.
- Wenn die erste Zahl gleich bleibt, muss die zweite Zahl um eine Anzahl vergrößert werden.
- Wenn die erste Zahl um eine Anzahl verkleinert wird, muss die zweite Zahl um die gleiche Anzahl vergrößert werden.
- Wenn beide Zahlen um die gleiche Anzahl vergrößert werden.

c) Wie heißt die Regel bei der Subtraktion, wenn das Ergebnis immer gleichbleiben soll? (AB III)



Quellen

- Häsel-Weide, U. (2012). Teil-Ganzes-Beziehungen kooperativ fördern. In: Grundschule Mathematik 35, S. 10ff. Friedrich Verlag. Seelze
- Mayer, C., Nührenbörger, M. (2016). Gleichheiten ohne Gleichheitszeichen. In: Mathematik differenziert: Algebraische Vorstellungen anbahnen. S. 24ff. Westermann Verlag: Braunschweig
- Rathgeb-Schnierer, E., Rechtsteiner, C. (2018). Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln. Springer Spektrum: Berlin