

Gemeinsame Aufgabenpools der Länder

## Pool für das Jahr 2025

### Aufgaben für das Fach Physik

#### Kurzbeschreibung

Aufgabentitel	Elektroneninterferenz am Doppelspalt
Anforderungsniveau	grundlegend
Inhaltsbereiche	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Quantenphysik und Materie               <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Quantenobjekte                   <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Grundlegende Aspekte der Quantentheorie: Stochastische Vorhersagbarkeit, Interferenz und Superposition, Determiniertheit der Zufallsverteilung, Komplementarität</li> <li>◆ Zusammenhänge der Größen Energie, Impuls, Frequenz und Wellenlänge zur Beschreibung von Quantenobjekten</li> <li>◆ Quantenphysikalisches Weltbild hinsichtlich der Begriffe Realität, Lokalität, Kausalität, Determinismus</li> </ul> </li> <li>◆ Mechanische und elektromagnetische Schwingungen und Wellen                   <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Überlagerung von Wellen                       <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Interferenz am Doppelspalt auch mit polychromatischem Licht</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul> </li> </ul>
Materialien	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ M 1 Ausschnitt aus „Elektronenbeugung an mehreren künstlich hergestellten Feinspalten“ von C. Jönsson</li> <li>◆ M 2 Elektronenbeugungsaufnahme am Doppelspalt von C. Jönsson</li> <li>◆ M 3 Elektronenbeugung am Doppelspalt von A. Tonomura</li> <li>◆ M 4 Zitat von Richard Feynman</li> </ul>
Quellenangaben	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ M 1, M 2 Jönsson, C. (1961). Elektroneninterferenz an mehreren künstlich hergestellten Feinspalten. <i>Z. Physik</i>, 161, 454-474. <a href="https://doi.org/10.1007/BF01342460">https://doi.org/10.1007/BF01342460</a></li> <li>◆ M 3 Tonomura, A. et al. (1989). Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern. <i>Am. J. Phys</i>, 57 (2), 117-120. <a href="https://doi.org/10.1119/1.16104">https://doi.org/10.1119/1.16104</a></li> <li>◆ M 4 Feynman, R., Leighton, R., Sands, M. (2015). <i>Feynman Vorlesungen über Physik, Band 5</i> (S. 13). München: Oldenbourg Verlag.</li> </ul>

<b>Hilfsmittel</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>◆ digitales Hilfsmittel, das mindestens die Funktionalität eines WTR hat<sup>1</sup></li><li>◆ mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung</li></ul>
<b>fachpraktischer Anteil</b>	nein
<b>Hinweise:</b>	

<sup>1</sup> siehe „Hinweise zur Verwendung von Hilfsmitteln“

## 1 Aufgabe

### Elektroneninterferenz am Doppelspalt

Im Jahr 1923 postulierte Louis de Broglie, dass Materieteilchen auch Welleneigenschaften zugeordnet werden können. Im Jahr 1961 wurde von Claus Jönsson eine experimentelle Arbeit zur Beugung von Elektronen am Doppelspalt veröffentlicht.

- |  |           |
|--|-----------|
|  | <b>BE</b> |
| <p><b>1</b> Material 1 zeigt einen Ausschnitt aus der Originalveröffentlichung von C. Jönsson zur Beugung von Elektronen an einem Doppelspalt. In Material 2 ist eines der Messergebnisse abgebildet.</p>  |           |
| <p><b>a</b> Erklären Sie, dass die Elektronenbeugungsaufnahme in Material 2 als Nachweis für die Welleneigenschaften von Elektronen gedeutet werden kann.</p>  | 6         |
| <p><b>b</b> Berechnen Sie den Beugungswinkel <math>\alpha_1</math> des Maximums 1. Ordnung, welcher unter den von C. Jönsson in Material 1 beschriebenen Versuchsbedingungen zu erwarten ist.<br/>[Kontrollwert: <math>\alpha_1 = 0,00014^\circ</math>]</p>    | 6         |
| <p><b>2</b> C. Jönsson nennt in der Veröffentlichung einen Wert für die Beschleunigungsspannung, mit der die Elektronen auf eine einheitliche Geschwindigkeit gebracht werden.</p>   |           |
| <p><b>a</b> Begründen Sie schrittweise und kausal korrekt strukturiert, in welcher Weise sich das Interferenzmuster aus Material 2 verändert, wenn die Beschleunigungsspannung vergrößert wird.</p>  | 6         |
| <p><b>b</b> Begründen Sie, dass das Interferenzmuster auf dem Leuchtschirm im Beugungsexperiment von C. Jönsson unscharf wird, wenn es mit einem Elektronenstrahl durchgeführt wird, in dem die Elektronen viele unterschiedliche Geschwindigkeiten haben.</p> | 4         |
| <p><b>3</b> Das in Material 3 beschriebene Experiment von A. Tonomura ist eine Weiterentwicklung des Doppelspaltexperimentes mit Elektronen.</p>   |           |
| <p><b>a</b> Interpretieren Sie die gezeigten Messergebnisse in Material 3 hinsichtlich der Fragestellung, inwiefern diese die Wellen- bzw. Teilcheneigenschaften der Elektronen zeigen.</p>  | 4         |
| <p><b>b</b> Erläutern Sie Feynmans Aussage zur Quantentheorie, dass es unmöglich ist, Ereignisse genau vorherzusagen (M 4), am Beispiel des Experimentes von Tonomura (M 3).</p>   | 4         |

## 2 Material

---

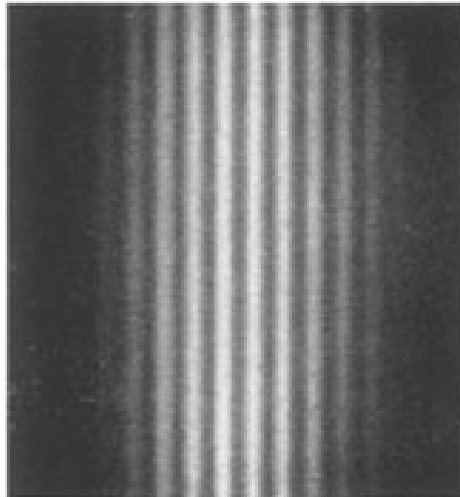
### Material 1: Ausschnitt aus „Elektroneninterferenzen an mehreren künstlich hergestellten Feinspalten“ von C. Jönsson

„Der aus solchen Überlegungen folgende naheliegende Versuch, Elektronenbeugung am künstlich hergestellten Spalt [...] zu machen, stößt auf einige technische Schwierigkeiten, die seine Verwirklichung bisher verhindert haben. Hier wurden stets auf 50 kV beschleunigte Elektronen verwendet, deren de Broglie-Wellenlänge etwa  $5 \cdot 10^{-12}$  m beträgt.“

*(Die Rechtschreibung und die Verwendung von Fachbegriffen folgt dem Original.)*

Die im Versuch von C. Jönsson verwendeten Spalte hatten eine Breite von jeweils  $0,5 \mu\text{m}$  und einen Spaltmittenabstand von  $2 \mu\text{m}$ . Der Leuchtschirm, auf dem das Interferenzmuster in Abb.1 beobachtet wurde, hatte einen Abstand von  $350 \text{ mm}$  von den Spalten.

### Material 2: Elektronenbeugungsaufnahme am Doppelspalt von C. Jönsson



*Abb. 1: Interferenzmuster auf einem Leuchtschirm hinter einem mit Elektronen beschossenen Doppelspalt. Je mehr Elektronen an einem Ort des Schirms auftreffen, desto heller leuchtet er dort. Hinweis: Diese Abbildung wurde stark vergrößert dargestellt und entspricht nicht den in der Aufgabe angegebenen Abmessungen.*

### Material 3: Elektronenbeugung am Doppelspalt von A. Tonomura

Im *American Journal of Physics* 57, 117 (1989) berichtet A. Tonomura von einem Experiment, bei dem Elektronen mit einer Beschleunigungsspannung von 50 kV beschleunigt und auf eine wie ein Doppelspalt wirkende Anordnung gesendet wurden. Es handelt sich um eine Weiterentwicklung des Experimentes von C. Jönsson, in der die Anzahl der Elektronen im Elektronenstrahl so weit reduziert wurde, dass sich zu jedem Zeitpunkt nur noch ein einziges Elektron zwischen Quelle und Schirm befindet.

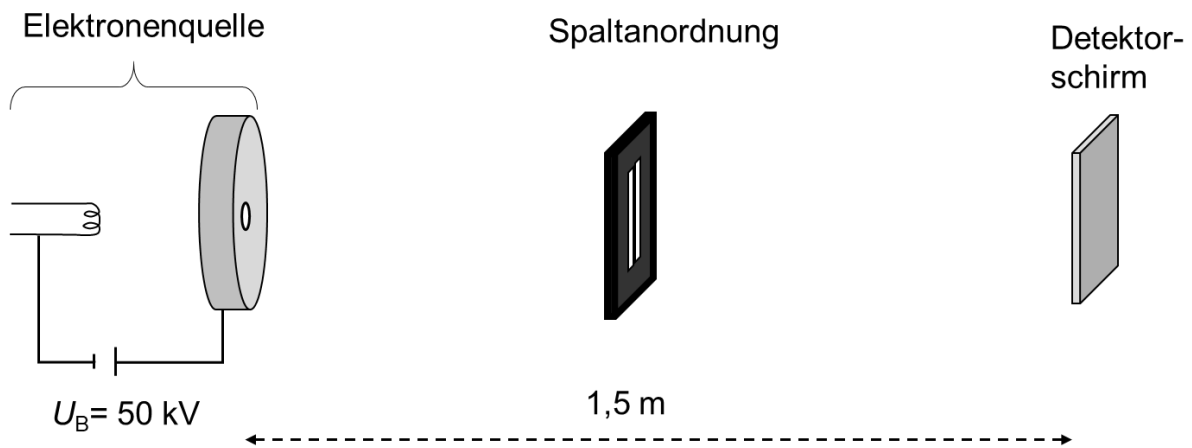


Abb. 2: schematischer Versuchsaufbau von A. Tonomura

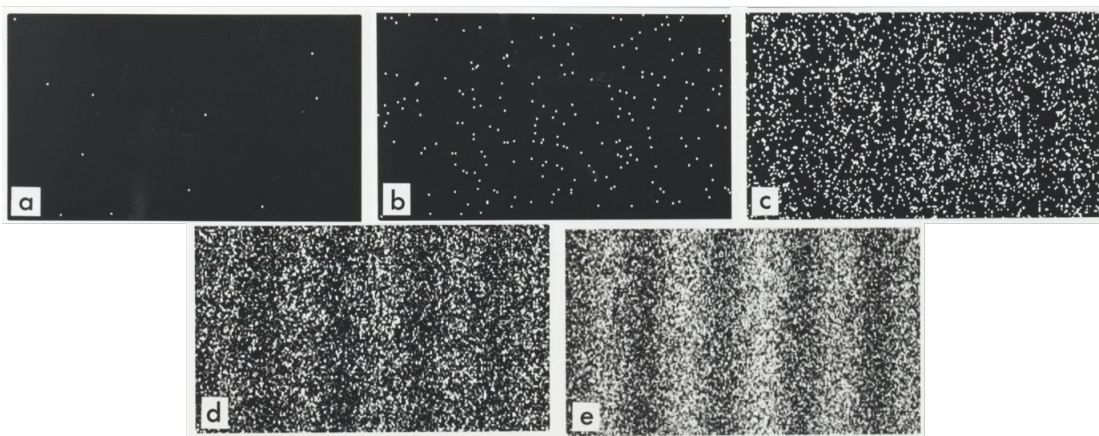


Abb. 3 a bis e: Aufgenommene Schirmbilder mit a) 11 Elektronen, b) 200 Elektronen, c) 6000 Elektronen, d) 40000 Elektronen, e) 140000 Elektronen

Reprinted with permission from Tonomura, A. et al. (1989). Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern. *Am. J. Phys.* 57 (2), 117-120. Copyright 1989, AIP Publishing. This article may be downloaded for personal use only. Any other use requires prior permission of the author and the AIP Publishing

#### Material 4: Zitat von Richard Feynman zum Doppelspaltexperiment

„Wir möchten einen sehr wichtigen Unterschied zwischen der klassischen Mechanik und der Quantenmechanik hervorheben. [...] Wir haben dabei stillschweigend vorausgesetzt, dass es in unserem experimentellen Aufbau (und selbst in dem bestmöglichen) unmöglich sein würde, genau vorherzusagen, was passiert. Wir können nur die Wahrscheinlichkeit vorhersagen! [...] Wir wissen nicht, wie man vorhersagen könnte, was unter vorgegebenen Umständen passieren würde, und wir glauben heute, dass es unmöglich ist und dass das Einzige, was vorhergesagt werden kann, die Wahrscheinlichkeit verschiedener Ereignisse ist.“

### 3 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE/AFB		
		I	II	III
1	<p><b>a</b> Das Experiment von Jönsson mit Elektronen am Doppelspalt zeigt ein Interferenzmuster, wie es bei der Überlagerung von zwei Wellen entsteht: Die hellen und dunklen Streifen entstehen im Wellenmodell dadurch, dass sich die beiden Wellen an unterschiedlichen Orten konstruktiv oder destruktiv überlagern und damit verstärken oder abschwächen.</p> <p>Das Interferenzmuster in M 2 kann daher als Nachweis des Wellencharakters von Elektronen gedeutet werden.</p>	6		
	<p><b>b</b> Nach Formelsammlung gilt: <math>k \cdot \lambda = g \cdot \sin(\alpha_k)</math></p> <p>Hieraus folgt für <math>k = 1</math>: <math>\alpha_1 = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{g}\right)</math></p> <p>Mit den gegebenen Werten <math>\lambda = 5 \cdot 10^{-12} \text{ m}</math> und <math>g = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}</math> ergibt sich</p> $\alpha_1 = \sin^{-1}\left(\frac{5 \cdot 10^{-12} \text{ m}}{2 \cdot 10^{-6} \text{ m}}\right) = 0,00014^\circ$	4	2	
2	<p><b>a</b> Für die de Broglie Wellenlänge gilt: <math>\lambda = \frac{h}{p}</math>.</p> <p>Bei einer größeren Beschleunigungsspannung wirkt eine größere Beschleunigung auf die Elektronen. Dadurch wird ihre Geschwindigkeit größer und damit auch ihr Impuls am Ort der Spalte. Je größer der Elektronenimpuls, desto kleiner wird die Wellenlänge.</p> <p>Der Beugungswinkel und somit auch die Abstände der beobachteten Maxima hängen gemäß der Formel aus Aufgabenteil 1b von der Wellenlänge ab. Eine kleinere Wellenlänge führt zu einem kleineren Abstand der Maxima.</p> <p>Bei größerer Beschleunigungsspannung werden die Streifenabstände also enger.</p>		6	
	<p><b>b</b> Bei unterschiedlichen Elektronengeschwindigkeiten besitzen die Elektronen verschiedene Wellenlängen. Die Maxima unterschiedlich schneller Elektronen liegen daher an unterschiedlichen Orten. Die Interferenzbilder für Elektronen verschiedener Geschwindigkeiten überlagern sich, so dass das Muster unscharf wird.</p>		2	2
3	<p><b>a</b> In jeder der in M 3 gezeigten Messungen sind einzelne Auftreffpunkte der Elektronen zu erkennen, die Elektronen zeigen hier deutlich die Eigenschaft eines Teilchens.</p>		4	

	<p>In den Abbildungen (a) und (b) ist noch keine deutliche Struktur zu erkennen, jedes Teilchen scheint zufällig auf dem Beobachtungsschirm aufzutreffen.</p> <p>Mit zunehmender Anzahl der Elektronen ist jedoch ein klares Muster in den Messungen (vgl. (d) und (e)) zu erkennen, welches dem Interferenzbild zweier Wellen gleicht. Somit können den Elektronen gleichzeitig auch Welleneigenschaften zugeschrieben werden.</p> <p><b>b</b> Aus der heutigen Sicht der Quantentheorie kann im Doppelspaltexperiment das Ergebnis einer Ortsmessung von einzelnen Elektronen nicht exakt vorhergesagt werden. Feynmans Aussage bezüglich eines „bestmöglichen Experimentes“ bezieht sich darauf, dass es nicht an den begrenzten technischen Möglichkeiten der heutigen Experimentalphysik liegt, sondern dass es auch mit einem idealen Experiment prinzipiell nicht möglich ist, den Auftreffort eines bestimmten Elektrons auf dem Schirm im Doppelspaltexperiment vorherzusagen. Lediglich die Zufallsverteilung und damit die Wahrscheinlichkeit für das Messen eines Elektrons an einem bestimmten Ort kann vorhergesagt werden.</p>			4
<b>Summe<sup>2</sup></b>		<b>10</b>	<b>14</b>	<b>6</b>

## 4 Standardbezug

Teilaufgabe	Kompetenzbereich			
	S	E	K	B
<b>1 a</b>	1			
<b>b</b>	3			
<b>2 a</b>			4	
<b>b</b>	1			
<b>3 a</b>		6		
<b>b</b>			3	

<sup>2</sup> Bei jeder Aufgabe liegen die Anzahlen der Bewertungseinheiten – abhängig vom Anforderungsniveau – in den Bereichen, die der folgenden Tabelle zu entnehmen sind:

Anforderungsniveau	erhöht			grundlegend		
Anforderungsbereich	I	II	III	I	II	III
Anzahl der BE	11 - 13	17 - 21	8 - 10	10 - 12	13 - 16	4 - 6

## 5 Bewertungshinweise

---

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster<sup>3</sup> vorgesehen, das angibt, wie die in den drei Prüfungsteilen insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

---

<sup>3</sup> Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.