

Gemeinsame Aufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2025

Aufgaben für das Fach Physik

Kurzbeschreibung

Aufgabentitel	Elektroneninterferenz am Doppelspalt
Anforderungsniveau	erhöhtes Anforderungsniveau
Inhaltsbereiche	<ul style="list-style-type: none"> ◆ Quantenphysik und Materie <ul style="list-style-type: none"> ◆ Quantenobjekte <ul style="list-style-type: none"> ◆ Grundlegende Aspekte der Quantentheorie: Stochastische Vorhersagbarkeit, Interferenz und Superposition, Determiniertheit der Zufallsverteilung, Komplementarität ◆ Zusammenhänge der Größen Energie, Impuls, Frequenz und Wellenlänge zur Beschreibung von Quantenobjekten ◆ Quantenphysikalisches Weltbild hinsichtlich der Begriffe Realität, Lokalität, Kausalität, Determinismus ◆ Mechanische und elektromagnetische Schwingungen und Wellen <ul style="list-style-type: none"> ◆ Überlagerung von Wellen <ul style="list-style-type: none"> ◆ Interferenz am Doppelspalt auch mit polychromatischem Licht
Materialien	<ul style="list-style-type: none"> ◆ M 1 Ausschnitt aus „Elektronenbeugung an mehreren künstlich hergestellten Feinspalten“ von C. Jönsson ◆ M 2 Elektronenbeugungsaufnahme am Doppelspalt von C. Jönsson ◆ M 3 Elektronenbeugung am Doppelspalt von A. Tonomura ◆ M 4 Zitat von Richard Feynman
Quellenangaben	<ul style="list-style-type: none"> ◆ M 1, M 2 Jönsson, C. (1961). Elektroneninterferenz an mehreren künstlich hergestellten Feinspalten. <i>Z. Physik</i>, 161, 454-474. https://doi.org/10.1007/BF01342460 ◆ M 3 Tonomura, A. et al. (1989). Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern. <i>Am. J. Phys</i>, 57 (2), 117-120. https://doi.org/10.1119/1.16104 ◆ M4 Feynman, R., Leighton, R., Sands, M. (2015). <i>Feynman Vorlesungen über Physik, Band 5</i> (S. 13). München: Oldenbourg Verlag.

Hilfsmittel	<ul style="list-style-type: none">◆ digitales Hilfsmittel, das mindestens die Funktionalität eines WTR hat¹◆ mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung
fachpraktischer Anteil	nein
Hinweise:	

¹ siehe „Hinweise zur Verwendung von Hilfsmitteln“

1 Aufgabe

Elektroneninterferenz am Doppelspalt

Im Jahr 1923 postulierte Louis de Broglie, dass Materieteilchen auch Welleneigenschaften zugeordnet werden können. Im Jahr 1961 wurde von Claus Jönsson eine experimentelle Arbeit zur Beugung von Elektronen am Doppelspalt veröffentlicht.

- 1 Material 1 zeigt einen Ausschnitt aus der Originalveröffentlichung von C. Jönsson zur Beugung von Elektronen an einem Doppelspalt. In Material 2 ist eines der Messergebnisse abgebildet.

Erklären Sie, dass die Elektronenbeugungsaufnahme in Material 2 als Nachweis für die Welleneigenschaften von Elektronen gedeutet werden kann und in diesem Fall die Elektronen nicht als klassische Teilchen beschrieben werden können.

- 2 C. Jönsson schreibt in der Veröffentlichung, dass eine „Nachvergrößerung der sehr feinen Interferenzfiguren“ zur Beobachtung notwendig ist (M 1).

a Berechnen Sie den Beugungswinkel des Maximums 1. Ordnung, welcher unter den von C. Jönsson in Material 1 beschriebenen Versuchsbedingungen ohne Nachvergrößerung zu erwarten ist.
[Kontrollwert: $\alpha_1 = 0,00014^\circ$]

b Beurteilen Sie mithilfe einer Berechnung der Streifenabstände auf dem Schirm (M 2), ob diese nach der beschriebenen Nachvergrößerung, wie in Material 1 behauptet, groß genug sind, um sie mit dem bloßen Auge beobachten zu können.

c Begründen Sie schrittweise und kausal korrekt strukturiert, in welcher Weise sich das Interferenzmuster aus Material 2 verändert, wenn die Beschleunigungsspannung vergrößert wird.

d Erläutern Sie die Veränderung des Interferenzmusters aus Material 2, wenn das Experiment mit einem Elektronenstrahl durchgeführt wird, in dem die Elektronen viele unterschiedliche Geschwindigkeiten haben. Gehen Sie dabei sowohl auf den Fall einer schmalen als auch auf den Fall einer breiten Geschwindigkeitsverteilung ein.

- 3 Das in Material 3 beschriebene Experiment von A. Tonomura ist eine Weiterentwicklung des Doppelspaltexperimentes mit Elektronen.

a Beurteilen Sie mithilfe einer Rechnung, ob sich tatsächlich „zu jedem Zeitpunkt nur ein einziges“ Elektron in der Messapparatur befindet.

Hinweise:

Im Rahmen dieser Aufgabe soll auf eine relativistische Berechnung verzichtet werden.

Es befinden sich mit großer Wahrscheinlichkeit zu keinem Zeitpunkt zwei oder mehr Elektronen in der Apparatur, wenn der mittlere Abstand aufeinanderfolgender Elektronen im Strahl hinreichend groß ist.

b Interpretieren Sie die gezeigten Messergebnisse in M 3 hinsichtlich der Fragestellung, inwiefern diese die Wellen- bzw. Teilcheneigenschaften der Elektronen

BE

6

6

6

5

4

5

4

zeigen. Gehen Sie dabei auch darauf ein, dass sich zu fast jedem Zeitpunkt nur ein einzelnes Elektron in der Apparatur befindet.

- c Erläutern Sie Feynmans Aussage zur Quantentheorie, dass es unmöglich ist, Ereignisse genau vorherzusagen (M 4), am Beispiel des Experimentes von Tonomura (M 3). 4

2 Material

Material 1: Ausschnitt aus „Elektroneninterferenzen an mehreren künstlich hergestellten Feinspalten“ von C. Jönsson

„Der aus solchen Überlegungen folgende naheliegende Versuch, Elektronenbeugung am künstlich hergestellten Spalt [...] zu machen, stößt auf einige technische Schwierigkeiten, die seine Verwirklichung bisher verhindert haben. Diese sind einmal die kleine Wellenlänge des Elektronenstrahls, denn um eine vernünftige Elektronenoptik treiben zu können, muß man mit mittelschnellen Elektronen arbeiten. Hier wurden stets auf 50 kV beschleunigte Elektronen verwendet, deren de Broglie-Wellenlänge etwa $5 \cdot 10^{-12}$ m beträgt. Sie ist also wesentlich kleiner als die Atomdimensionen [...]. Es können nur wesentlich gröbere Spalte hergestellt werden. Dies ist an sich keine Einschränkung für solche Versuche, nur muß man sich dann sehr um [...] die Nachvergrößerung der sehr feinen Interferenzfiguren bemühen. [...] Die in der Aufgebene entstehende Beugungsfigur ist noch so fein, dass sie bis zu 100fach elektronenoptisch nachvergrößert werden muß, ehe man sie auf dem Leuchtschirm bei 10facher lichtoptischer Nachvergrößerung bequem beobachten kann.“

(Die Rechtschreibung und die Verwendung von Fachbegriffen folgt dem Original.)

Die im Versuch von C. Jönsson verwendeten Spalte hatten eine Breite von jeweils $0,50 \mu\text{m}$ und einen Spaltmittenabstand von $2,0 \mu\text{m}$. Der Leuchtschirm, auf dem das Interferenzmuster in Abb. 1 beobachtet wurde, hatte einen Abstand von 350 mm von den Spalten.

Material 2: Elektronenbeugungsaufnahme am Doppelspalt von C. Jönsson

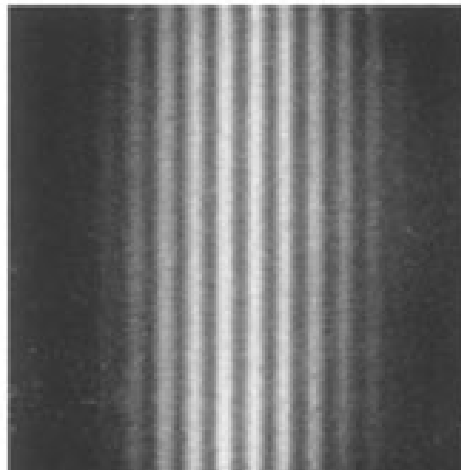


Abb. 1: Interferenzmuster auf einem Leuchtschirm hinter einem mit Elektronen beschossenen Doppelspalt. Je mehr Elektronen an einem Ort des Schirms auftreffen, desto heller leuchtet er dort.

Hinweis: Diese Abbildung wurde stark vergrößert dargestellt und entspricht nicht den in der Aufgabe angegebenen Abmessungen.

Material 3: Elektronenbeugung am Doppelspalt von A. Tonomura

Im *American Journal of Physics* 57, 117 (1989) berichtet A. Tonomura von einem Experiment, bei dem Elektronen mit einer Beschleunigungsspannung von 50 kV beschleunigt und auf eine wie ein Doppelspalt wirkende Anordnung gesendet wurden. Es handelt sich um eine Weiterentwicklung des Experimentes von C. Jönsson, in der die Anzahl der Elektronen im Elektronenstrahl so weit reduziert wurde, dass sich mit großer Wahrscheinlichkeit zu jedem Zeitpunkt nur noch ein einziges Elektron zwischen Quelle und Schirm befindet. Die elektrische Stromstärke des Elektronenstrahls betrug lediglich $1,6 \cdot 10^{-16}$ A.

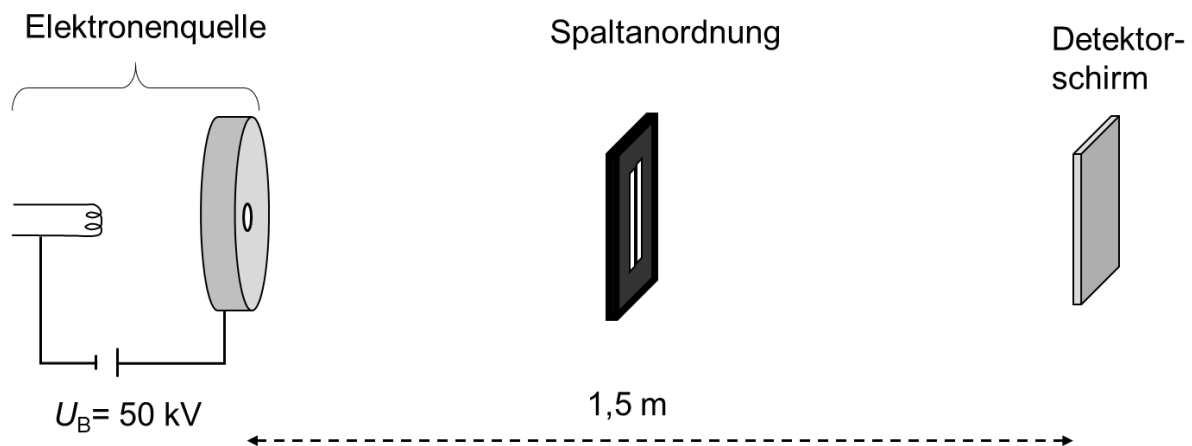


Abb. 2: schematischer Versuchsaufbau von A. Tonomura

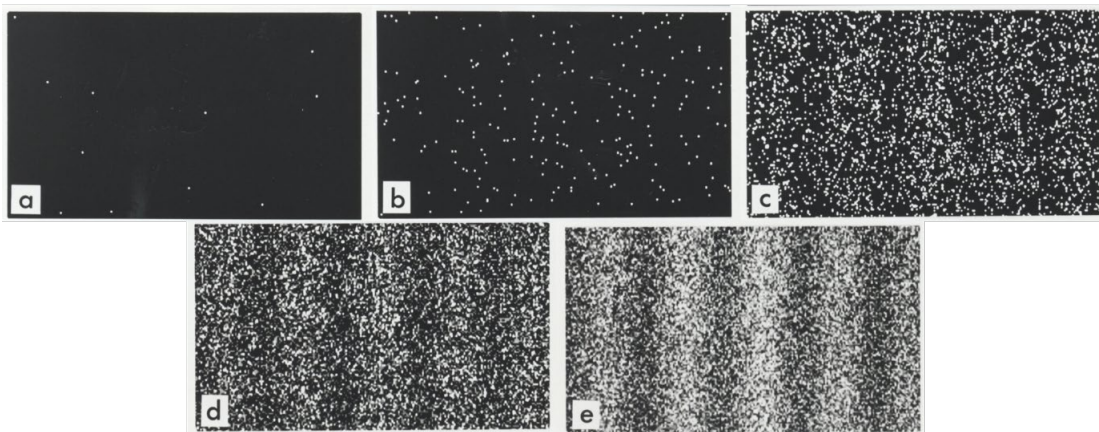


Abb. 3 a bis e: Aufgenommene Schirmbilder mit a) 11 Elektronen, b) 200 Elektronen, c) 6000 Elektronen, d) 40000 Elektronen, e) 140000 Elektronen

Reprinted with permission from Tonomura, A. et al. (1989). Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern. *Am. J. Phys.* 57 (2), 117-120. Copyright 1989, AIP Publishing. This article may be downloaded for personal use only. Any other use requires prior permission of the author and the AIP Publishing

Material 4: Zitat von Richard Feynman zum Doppelspaltexperiment

„Wir möchten einen sehr wichtigen Unterschied zwischen der klassischen Mechanik und der Quantenmechanik hervorheben. [...] Wir haben dabei stillschweigend vorausgesetzt, dass es in unserem experimentellen Aufbau (und selbst in dem bestmöglichen) unmöglich sein würde, genau vorherzusagen, was passiert. Wir können nur die Wahrscheinlichkeit vorhersagen! [...] Wir wissen nicht, wie man vorhersagen könnte, was unter vorgegebenen Umständen passieren würde, und wir glauben heute, dass es unmöglich ist und dass das Einzige, was vorhergesagt werden kann, die Wahrscheinlichkeit verschiedener Ereignisse ist.“

3 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE/AFB		
		I	II	III
1	<p>Das Experiment von Jönsson mit Elektronen am Doppelspalt zeigt ein Interferenzmuster, wie es bei der Überlagerung von zwei Wellen entsteht: Die hellen und dunklen Streifen entstehen im Wellenmodell dadurch, dass sich die beiden Wellen an unterschiedlichen Orten konstruktiv oder destruktiv überlagern und damit verstärken oder abschwächen.</p> <p>Mit dem Modell von Elektronen als klassischen Materieteilchen ist das Muster jedoch nicht vereinbar, da dann nur zwei Streifen auf dem Schirm sichtbar sein dürften.</p> <p>Das Interferenzmuster in M 2 kann daher als Nachweis des Wellencharakters von Elektronen gedeutet werden.</p>	6		
2	<p>a Nach Formelsammlung gilt: $k \cdot \lambda = g \cdot \sin(\alpha_k)$</p> <p>Hieraus folgt für $k = 1$: $\alpha_1 = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{g}\right)$</p> <p>Mit den gegebenen Werten $\lambda = 5 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ und $g = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ ergibt sich</p> $\alpha_1 = \sin^{-1}\left(\frac{5 \cdot 10^{-12} \text{ m}}{2,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}}\right) = 0,00014^\circ$ <p>b Zwischen dem Beugungswinkel α_1, dem Abstand ℓ zwischen Doppelspalt und Schirm sowie dem Abstand a_1 zwischen dem Maximum 1. Ordnung und dem Maximum 0. Ordnung gilt ohne Vergrößerung der folgende Zusammenhang:</p> $\tan(\alpha_k) = \frac{a_k}{\ell}.$ <p>Hiermit folgt für den im Versuch erwarteten Streifenabstand a_1 mit $\ell = 350 \text{ mm}$ und einer Nachvergrößerung um den Faktor $100 \cdot 10 = 1000$</p> $a_1 = \ell \cdot \tan(\alpha_1) = 350 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \tan(0,00014^\circ) = 8,55 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ $a_1 \cdot 1000 = 8,55 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,86 \text{ mm}$ <p>Bei einem Streifenabstand von einem knappen Millimeter sollten die Streifen mit bloßem Auge deutlich sichtbar sein.</p>	6	6	

	<p>c Für die De Broglie Wellenlänge gilt: $\lambda = \frac{h}{p}$</p> <p>Bei einer größeren Beschleunigungsspannung wirkt eine größere Beschleunigung auf die Elektronen. Dadurch wird ihre Geschwindigkeit und damit auch ihr Impuls am Ort der Spalte größer. Je größer der Elektronenimpuls, desto kleiner wird die Wellenlänge.</p> <p>Der Beugungswinkel und somit auch die Abstände der beobachteten Maxima hängen gemäß der Formel aus Aufgabenteil 2a von der Wellenlänge ab. Eine kleinere Wellenlänge führt zu einem kleineren Abstand der Maxima.</p> <p>Bei größerer Beschleunigungsspannung werden die Streifenabstände also enger und das Interferenzbild aus M 2 horizontal gestaucht.</p> <p>d Bei unterschiedlichen Elektronengeschwindigkeiten besitzen die Elektronen verschiedene Wellenlängen. Die Maxima liegen daher an unterschiedlichen Orten. Die Interferenzbilder für Elektronen verschiedener Geschwindigkeiten überlagern sich.</p> <p>Bei kleinen Geschwindigkeitsunterschieden werden die Maxima der verschiedenen Wellenlängen, mit Ausnahme des zentralen Maximums, nur wenig gegeneinander verschoben. Die Streifen werden daher etwas breiter und das Interferenzbild etwas unschärfer. Sollten die Elektronengeschwindigkeiten aber stark unterschiedlich sein, liegen die Maxima der einen Geschwindigkeitsklasse in den Minima der Elektronen mit anderer Geschwindigkeit. Die Maxima sind dann nicht mehr trennbar und es ist kein klares Interferenzbild mehr zu beobachten.</p>		5	
3	<p>a Anhand der elektrischen Stromstärke im Elektronenstrahl und der Ladung eines Elektrons kann die Anzahl der Elektronen bestimmt werden, die pro Sekunde am Doppelspalt ankommen:</p> $\frac{1,6 \cdot 10^{-16} \text{ A}}{e} \approx 1000 \frac{1}{\text{s}}$ <p>Die Elektronengeschwindigkeit berechnet sich über einen Energieansatz zu</p> $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = e \cdot U$ $v = \sqrt{\frac{2e \cdot U}{m}} = \sqrt{\frac{2e \cdot 50 \cdot 10^3 \text{ V}}{m_e}} = 1,3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ <p>Damit ergibt sich bei der Annahme einer gleichmäßigen zeitlichen Verteilung der Elektronen ein mittlerer räumlicher Abstand von</p> $1,3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{1000} \text{ s} = 1,3 \cdot 10^5 \text{ m} = 130 \text{ km}$ <p>Die Elektronen haben im Strahl einen sehr großen Abstand, der deutlich größer ist als die Abmessung der Apparatur. Im Material 3 ist der Abstand von der Elektronenquelle bis zum Detektionsschirm mit 1,5 m angegeben, was ca. einem Hunderttausendstel des mittleren Elektronenabstandes entspricht. Ein einzelnes Elektron ist also am Schirm registriert worden, bevor das nachfolgende Elektron die Quelle verlässt.</p>		3	2

	<p><i>Hinweis:</i> Alternativ kann auch analog über die Flugzeit eines Elektrons durch die Apparatur argumentiert werden.</p> <p>b In jeder der in M 3 gezeigten Messungen sind einzelne Auftreffpunkte der Elektronen zu erkennen, die Elektronen zeigen hier deutlich die Eigenschaft eines Teilchens.</p> <p>In den Abbildungen (a) und (b) ist noch keine deutliche Struktur zu erkennen, jedes Teilchen scheint zufällig auf dem Beobachtungsschirm aufzutreffen.</p> <p>Mit zunehmender Anzahl der Elektronen ist jedoch ein klares Muster in den Messungen (vgl. (d) und (e)) zu erkennen, d. h. wenn auch jeder einzelne Auftreffpunkt zufällig bleibt, so kann man für eine große Stichprobe eine Wahrscheinlichkeit für das Ergebnis der Messung angeben. Diese Wahrscheinlichkeit kann mittels des Modells einer Materiewelle, welche zu dem beobachteten Interferenzbild führt, berechnet werden, sodass den Elektronen auch Welleneigenschaften zugeschrieben werden können.</p> <p>Da sich zu jedem Zeitpunkt nur ein einzelnes Elektron in der Apparatur befindet, können die Elektronen nicht miteinander interferieren.</p> <p>Vielmehr überlagern sich die beiden Wellenfunktionen desselben Elektrons, die zu den klassisch möglichen Wegen gehören.</p> <p>c Aus der heutigen Sicht der Quantentheorie kann im Doppelspaltexperiment das Ergebnis einer Ortsmessung von einzelnen Elektronen nicht exakt vorhergesagt werden. Feynmans Aussage bezüglich eines „bestmöglichen Experimentes“ bezieht sich darauf, dass es nicht an den begrenzten technischen Möglichkeiten der heutigen Experimentalphysik liegt, sondern dass es auch mit einem idealen Experiment prinzipiell nicht möglich ist, zum Beispiel den Auftreffort eines bestimmten Elektrons auf dem Schirm im Doppelspaltexperiment vorherzusagen. Lediglich die Zufallsverteilung und damit die Wahrscheinlichkeit für das Messen eines Elektrons an einem bestimmten Ort kann vorhergesagt werden.</p>		4	
	Summe²	12	20	8

² Bei jeder Aufgabe liegen die Anzahlen der Bewertungseinheiten – abhängig vom Anforderungsniveau – in den Bereichen, die der folgenden Tabelle zu entnehmen sind:

Anforderungsniveau	erhöht			grundlegend		
Anforderungsbereich	I	II	III	I	II	III
Anzahl der BE	11 - 13	17 - 21	8 - 10	10 - 12	13 - 16	4 - 6

4 Standardbezug

Teilaufgabe	Kompetenzbereich			
	S	E	K	B
1	1			
2 a	3			
b		4		
c			4	
d	1			
3 a	3			
b		6		
c			3	

5 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den drei Prüfungsteilen insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.