

## Gemeinsame Aufgabenpools der Länder

# Pool für das Jahr 2025

## Aufgaben für das Fach Physik

### Kurzbeschreibung

<b>Aufgabentitel</b>	<b>Füllstandsmessung</b>
<b>Anforderungsniveau</b>	erhöht
<b>Inhaltsbereiche</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>◆ Elektrische und magnetische Felder</li><li>◆ Das Feldkonzept zur Beschreibung von Wechselwirkungen</li><li>◆ Kondensator als Energiespeicher, Kapazität</li></ul>
<b>Materialien</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>◆ M 1 Behälter zur kapazitiven Füllstandsmessung</li><li>◆ M 2 Parallelschaltung von Kondensatoren</li><li>◆ M 3 Zeitlicher Verlauf der Entladestromstärke des Kondensators</li><li>◆ M 4 Massenbezogene Füllstandsmessung durch Verwendung von Lastsensoren</li></ul>
<b>Quellenangaben</b>	
<b>Hilfsmittel</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>◆ digitales Hilfsmittel, das mindestens die Funktionalität eines WTR hat<sup>1</sup></li><li>◆ mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung</li></ul>
<b>fachpraktischer Anteil</b>	nein
<b>Hinweise:</b>	

<sup>1</sup> siehe „Hinweise zur Verwendung von Hilfsmitteln“

## 1 Aufgabe

### Füllstandsmessung

Zur Messung der Füllhöhe von Tanks und Behältern können unterschiedliche Messprinzipien zum Einsatz kommen. In einem Modellversuch wird die kapazitative Füllstandsmessung untersucht.

- |  |                            |
|--|----------------------------|
|  | <b>BE</b>                  |
| <p><b>1</b> Die Abbildung 1 in Material 1 zeigt einen quaderförmigen Behälter zur Lagerung von Petroleum. Der Füllstand des Petroleums wird durch eine kapazitative Messung erfasst.</p> <p><b>a</b> Zunächst wird die Kapazität des leeren Kondensators betrachtet.</p> <p style="padding-left: 20px;">Weisen Sie nach, dass die Kapazität des Plattenkondensators ohne eingefülltes Petroleum <math>C = 7,97 \text{ pF}</math> beträgt.</p> <p><b>b</b> Wenn der Behälter vollständig mit Petroleum gefüllt ist, ist die Kapazität des Kondensators dadurch gestiegen.</p> <p style="padding-left: 20px;">Erläutern Sie, dass weitere Ladungen auf die Kondensatorplatten geflossen sind, wenn der Behälter mit Petroleum gefüllt ist und der Kondensator während des Befüllens mit der Spannungsquelle verbunden bleibt.</p> <p style="padding-left: 20px;">Veranschaulichen Sie dazu mithilfe einer Skizze die Polarisierung im Dielektrikum.</p>  | <p>3</p> <p>9</p>          |
| <p><b>2</b> Für einen teilweise befüllten Behälter kann die Kapazität des betrachteten Kondensators in Abhängigkeit von der Füllhöhe des Petroleums durch die Gleichung in Material 1 beschrieben werden.</p> <p><b>a</b> Leiten Sie den in der Gleichung (M 1) dargestellten Zusammenhang zwischen der Gesamtkapazität <math>C_{\text{ges}}</math> und der Füllhöhe <math>h</math> des Petroleums im Behälter unter Verwendung von Material 2 her.</p> <p><b>b</b> Berechnen Sie die Füllhöhe des Petroleums im Behälter, für die sich eine Gesamtkapazität von <math>10,75 \text{ pF}</math> ergibt.</p>   | <p>6</p> <p>3</p>          |
| <p><b>3</b> Für die kapazitative Messung der Füllhöhe im Behälter wird das Entladeverhalten des Kondensators untersucht. Bei unbekannter Füllhöhe des Petroleums, wird der stets mit der gleichen Spannung aufgeladene Kondensator über einen stets gleichen Ohm'schen Widerstand entladen. Material 3 zeigt den durch Messung bestimmten zeitlichen Verlauf der Stromstärke während des Entladevorgangs.</p> <p><b>a</b> Ermitteln Sie unter Verwendung von Material 3 die Kapazität des betrachteten Kondensators.</p> <p><b>b</b> Stellen Sie in Material 3 qualitativ den zeitlichen Verlauf der Entladestromstärke dar, der sich für eine geringere Füllhöhe des Behälters ergibt.</p> <p style="padding-left: 20px;">Erklären Sie den Unterschied der beiden Verläufe.</p> <p><b>c</b> Aus den Messwerten des Entladeverhaltens (M 3) wurde als Kapazität des Kondensators <math>C = 11,83 \text{ pF}</math> ermittelt. Zum Zeitpunkt <math>t = 0 \text{ s}</math> beträgt die Stromstärke <math>15,0 \text{ }\mu\text{A}</math>; für <math>t &gt; 0 \text{ s}</math> kann die Stromstärke auf <math>\pm 0,1 \text{ }\mu\text{A}</math> genau bestimmt werden.</p> | <p>5</p> <p>5</p> <p>5</p> |

Beurteilen Sie unter quantitativer Berücksichtigung dieser Messunsicherheit, ob gefolgert werden kann, dass der Behälter aus Material 1 weniger als zur Hälfte mit Petroleum befüllt ist.

- 4 In einem Betrieb werden unterschiedliche Flüssigkeiten und Feststoffe gelagert. Der Füllstand wird bei einigen dieser Materialien bereits mithilfe eines funktionierenden kapazitiven Messverfahrens (vgl. M 1) erfasst. Es soll nun geprüft werden, ob der Füllstand auch für andere Materialien kapazitativ bestimmt werden kann. Die Alternative dazu ist ein massenbezogenes Messverfahren, dessen Installation und Unterhalt aber mit vergleichsweise hohen Kosten verbunden ist (M 4). 4

Geben Sie anhand der Materialien 1 und 4 eine begründete Empfehlung, unter welchen Voraussetzungen das massenbezogene Verfahren eingesetzt werden sollte.

## 2 Material

### Material 1: Behälter zur kapazitiven Füllstandsmessung

Schematischer Aufbau des Behälters:

Zwei einander gegenüberliegende Seiten des Behälters sind aus Metall und mit den Polen einer Spannungsquelle verbunden (s. Abb. 1). Ein elektrischer Strom zwischen diesen Platten kann deshalb nicht fließen, da die anderen Seiten des Behälters, das Petroleum und die Luft bei den gegebenen Bedingungen jeweils elektrische Nichtleiter sind.

Die beiden leitenden Seiten mit der Füllung dazwischen können modellhaft als Plattenkondensator mit Petroleum bzw. Luft als Dielektrikum betrachtet werden.

Die Dielektrizitätszahl von Petroleum beträgt  $\epsilon_{r,P} = 2,0$ , die von Luft  $\epsilon_{r,L} = 1,0$ .

Für die Kapazität in Abhängigkeit von der Füllhöhe des Behälters gilt:

$$C_{\text{ges}}(h) = \epsilon_0 \cdot \frac{b}{d} \cdot (h_{\text{ges}} + (\epsilon_{r,P} - 1) \cdot h)$$

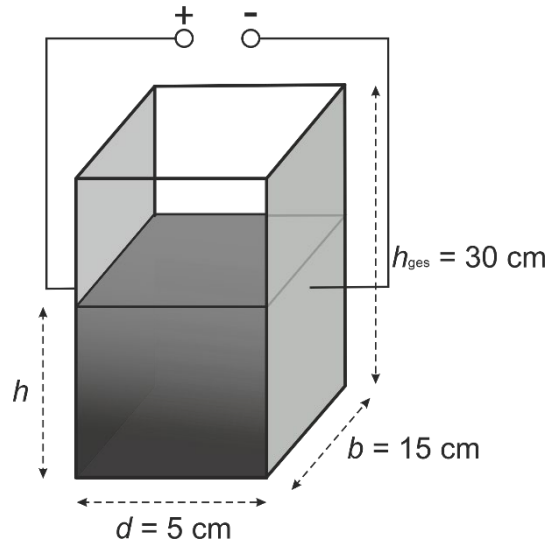


Abb. 1: Schematischer Aufbau des Behälters

### Material 2: Parallelschaltung von Kondensatoren

Die Kapazität eines Plattenkondensators, der bis zu einer bestimmten Höhe  $h$  mit einem Dielektrikum gefüllt ist, entspricht der Gesamtkapazität  $C_{\text{ges}}$  einer Parallelschaltung aus einem gefüllten und einem ungefüllten Plattenkondensator mit entsprechenden Abmessungen.

Für die Gesamtkapazität zweier parallel geschaltener Kondensatoren der Kapazitäten  $C_1$  und  $C_2$  gilt:  $C_{\text{ges}} = C_1 + C_2$ .

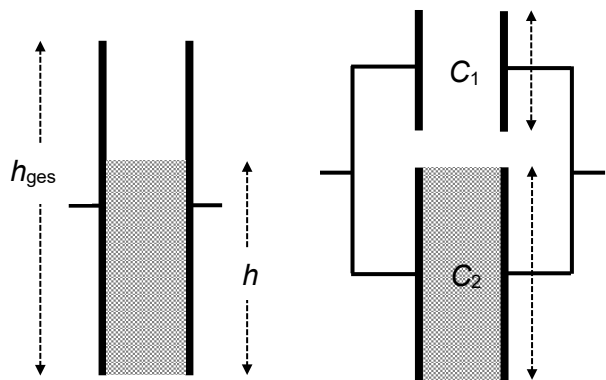


Abb. 2: Modellierung als Parallelschaltung

### Material 3: Zeitlicher Verlauf der Entladestromstärke des Kondensators

Zum Zeitpunkt 0 s ist der Kondensator bis zum Erreichen der Spannung 7,5 V voll aufgeladen und wird ausschließlich über den Ohm'schen Widerstand  $R = 500 \text{ k}\Omega$  entladen.

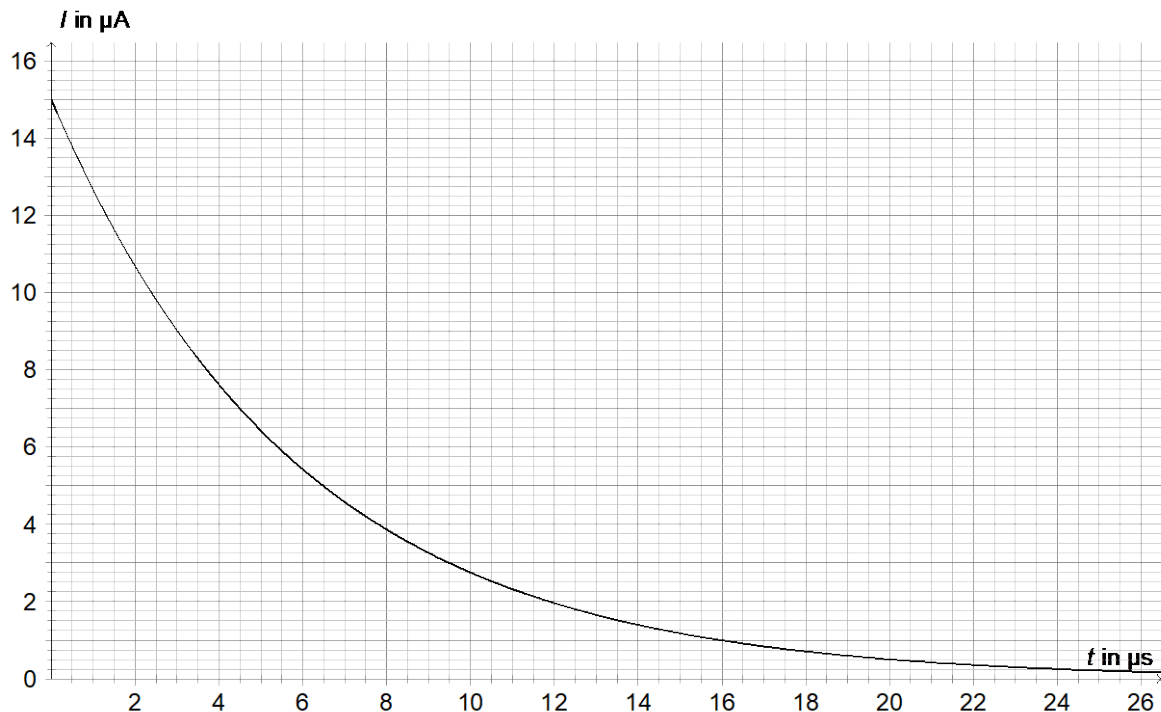


Abb. 3: Zeitlicher Verlauf der Entladestromstärke des Kondensators

### Material 4: Massenbezogene Füllstandsmessung durch Verwendung von Lastsensoren

Das Grundprinzip der massenbezogenen Füllstandsmessung basiert auf der Messung der Gewichtskraft eines Behälters durch Lastsensoren. Dabei werden die Sensoren unter dem Behälter angebracht und messen die von dem Behälter ausgeübte Kraft. Jegliche Änderung der gemessenen Kraft entspricht einer Änderung des Füllstands, solange das Füllmaterial eine einheitliche Dichte hat.

### 3 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE/AFB		
		I	II	III
1	<p><b>a</b> Kapazität eines Plattenkondensators mit den gegebenen Abmessungen</p> $C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d} = \epsilon_0 \cdot 1 \cdot \frac{0,15 \text{ m} \cdot 0,30 \text{ m}}{0,05 \text{ m}} = 7,97 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 7,97 \text{ pF}$	3		
	<p><b>b</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Liegt an einem Plattenkondensator eine Spannung <math>U_0</math> an, wird auf den Platten des Kondensators Ladung gespeichert und es bildet sich zwischen den Platten ein elektrisches Feld aus.</li> <li>◆ Die Kapazität des Kondensators gibt an, welche Ladungsmenge bei dieser angelegten Spannung auf einer Kondensatorplatte gespeichert wird: <math>C_0 = \frac{Q_0}{U_0}</math></li> <li>◆ Die im Dielektrikum vorhandenen Moleküle zeigen im elektrischen Feld Dipolcharakter und richten sich gemäß dem elektrischen Feld zwischen den Kondensatorplatten aus, siehe Skizze. Dadurch steigt die Kapazität des Kondensators <math>C = \epsilon_{r,P} \cdot C_0</math>.</li> <li>◆ Da der Plattenkondensator weiterhin mit der Spannungsquelle verbunden ist, kann sich die Ladungsmenge auf den Platten ändern.</li> <li>◆ Die gespeicherte Ladung ergibt sich für die erhöhte Kapazität aus:</li> <li>◆ <math>C = \frac{Q}{U_0} \Leftrightarrow Q = U_0 \cdot C = U_0 \cdot \epsilon_{r,P} \cdot C_0 = \epsilon_{r,P} \cdot \underbrace{U_0 \cdot C_0}_{Q_0}</math></li> <li>◆ Durch das Einbringen des Dielektrikums, vergrößert sich folglich die Ladung auf dem Kondensator.</li> </ul> <p>Veranschaulichung z. B. durch eine Skizze</p> <div style="text-align: center;"> </div>			

<b>2</b>	<p><b>a</b> Die Kapazitäten der innerhalb der Modellierung betrachteten Kondensatoren sind:</p> $C_1 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r,L} \cdot \frac{A_1}{d} \text{ und } C_2 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r,P} \cdot \frac{A_2}{d}, \text{ wobei für die jeweilige Plattenfläche } A_1 = (h_{\text{ges}} - h) \cdot b \text{ und } A_2 = h \cdot b \text{ gilt.}$ <p>Für die Gesamtkapazität folgt aus <math>C_{\text{ges}} = C_1 + C_2</math>:</p> $C_{\text{ges}} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r,L} \cdot \frac{A_1}{d} + \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r,P} \cdot \frac{A_2}{d} = \frac{\epsilon_0}{d} \cdot (\epsilon_{r,L} \cdot (h_{\text{ges}} - h) \cdot b + \epsilon_{r,P} \cdot h \cdot b)$ $= \epsilon_0 \cdot \frac{b}{d} \cdot (\epsilon_{r,L} \cdot h_{\text{ges}} + h \cdot (\epsilon_{r,P} - \epsilon_{r,L})) = \epsilon_0 \cdot \frac{b}{d} \cdot (1 \cdot h_{\text{ges}} + h \cdot (\epsilon_{r,P} - 1))$ $= \epsilon_0 \cdot \frac{b}{d} \cdot (h_{\text{ges}} + h \cdot (\epsilon_{r,P} - 1))$ <p><b>b</b> <math>C_{\text{ges}}(h) = \epsilon_0 \cdot \frac{b}{d} \cdot (h_{\text{ges}} + (\epsilon_{r,P} - 1) \cdot h)</math></p> $\Leftrightarrow h = \left( \frac{C_{\text{ges}}}{\epsilon_0} \cdot \frac{d}{b} - h_{\text{ges}} \right) \cdot \frac{1}{\epsilon_{r,P} - 1}$ $h = \left( \frac{10,75 \cdot 10^{-12} \text{ F}}{\epsilon_0} \cdot \frac{0,05 \text{ m}}{0,15 \text{ m}} - 0,30 \text{ m} \right) \cdot \frac{1}{2,0 - 1} = 0,10 \text{ m}$	2	4
<b>3</b>	<p><b>a</b> Der zeitliche Verlauf der Stromstärke kann beschrieben werden durch die Funktion <math>I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t}</math>.</p> <p>Für die Stromstärke zum Zeitpunkt <math>t = 0 \text{ s}</math> gilt: <math>I(0) = 15,0 \mu\text{A} = I_0</math></p> <p>Anhand der graphischen Darstellung (M 3) lassen sich Messwertepaare ablesen, z. B. <math>I(10,0 \mu\text{s}) = 2,75 \mu\text{A}</math>.</p> <p>Somit liefert die Gleichung <math>I(t)</math> für die Kapazität des Kondensators:</p> $C = -\frac{1}{R} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{I(t)}{I_0}\right)} \cdot t = -\frac{1}{500 \cdot 10^3 \Omega} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{2,75 \mu\text{A}}{15,0 \mu\text{A}}\right)} \cdot 10,0 \cdot 10^{-6} \text{ s} = 11,79 \cdot 10^{-12} \text{ F}$ <p><b>b</b></p> <p>Der zeitliche Verlauf, der sich für eine geringere Füllhöhe des Behälters ergibt, ist gestrichelt dargestellt.</p> <p>Mit zunehmendem Füllstand steigt die Kapazität des betrachteten Kondensators (vgl. Gleichung in Material 1). Dadurch steigt bei konstanter Spannung auch die Ladungsmenge, die auf den Platten des Kondensators gespeichert ist. Da die Entladung des Kondensators</p>	5	5

	<p>stets über den gleichen Ohm'schen Widerstand erfolgt, ist bei gleicher maximaler Stromstärke <math>I_0</math> eine größere Zeitspanne notwendig, bis der Kondensator z. B. zur Hälfte entladen ist.</p> <p>Aus diesem Grund verläuft der Entladevorgang des Kondensators bei hohen Füllständen im Behälter langsamer als bei kleinen Füllständen.</p> <p><b>c</b> Um sicherzustellen, dass der Behälter weniger als zur Hälfte mit Petroleum befüllt ist, muss ausgeschlossen werden, dass die Kapazität <math>C</math> des betrachteten Kondensators größer oder gleich <math>C(15\text{ cm}) = 11,95\text{ pF}</math> ist (Gleichung in Material 1).</p> <p>Die aus dem zeitlichen Verlauf der Entladestromstärke ermittelte Kapazität beträgt <math>11,8\text{ pF}</math>, unterliegt jedoch Unsicherheiten u. a. aufgrund der gegebenen Messunsicherheit der Stromstärke: Die Stromstärke kann auf <math>\pm 0,1\text{ }\mu\text{A}</math> genau bestimmt werden. So ergibt sich z. B. bei <math>t = 4\text{ }\mu\text{s}</math> eine Stromstärke von <math>7,7 \pm 0,1\text{ }\mu\text{A}</math>. Aus dem Zusammenhang <math>I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}</math> lässt sich damit <math>11,77\text{ pF} \leq C \leq 12,23\text{ pF}</math> folgern, weshalb die tatsächliche Kapazität auch größer als <math>11,95\text{ pF}</math> sein könnte.</p>		1	4
<b>4</b>	<p>Im Sinne der Wirtschaftlichkeit des Betriebs ist von der Installation nicht-notwendiger Systeme, die mit Mehrkosten verbunden sind, abzusehen. Daher ist die Installation des massenbezogenen Messverfahrens nur dann sinnvoll, wenn das etablierte Messverfahren ungeeignet ist.</p> <p>Da die Platten des Kondensators gegeneinander isoliert sein müssen, kann das kapazitative Messverfahren auf Basis von Material 1 für Materialien, die elektrisch leitfähig sind, nicht verwendet werden. Gemäß Material 4 sollte für solche Materialien, sofern sie eine einheitliche Dichte haben, das massenbezogene Messverfahren eingesetzt werden.</p>		4	
	<b>Summe<sup>2</sup></b>	<b>12</b>	<b>20</b>	<b>8</b>

<sup>2</sup> Bei jeder Aufgabe liegen die Anzahlen der Bewertungseinheiten – abhängig vom Anforderungsniveau – in den Bereichen, die der folgenden Tabelle zu entnehmen sind:

Anforderungsniveau	erhöht			grundlegend		
Anforderungsbereich	I	II	III	I	II	III
Anzahl der BE	11 - 13	17 - 21	8 - 10	10 - 12	13 - 16	4 - 6

## 4 Standardbezug

---

Teilaufgabe	Kompetenzbereich			
	S	E	K	B
1 a	3			
b	1		6	
2 a	3, 7		3	
b	3			
3 a	3			
b	3			
c		7		
4				3

## 5 Bewertungshinweise

---

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster<sup>3</sup> vorgesehen, das angibt, wie die in den drei Prüfungsteilen insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

---

<sup>3</sup> Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.