

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2026

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Analysis	WTR

1 Aufgabe

1 Abbildung 1 zeigt den Graphen G_f der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion $f: x \mapsto 3e^x + 1$.

- a Begründen Sie anhand des Funktionsterms von f , dass G_f keinen Schnittpunkt mit der x -Achse hat. Geben Sie die Wertemenge von f an.

Betrachtet wird die Tangente t an G_f im Schnittpunkt von G_f mit der y -Achse.

- b Ermitteln Sie rechnerisch eine Gleichung von t .
(zur Kontrolle: $y = 3x + 4$)

- c Die Tangente t schließt mit den Koordinatenachsen ein Dreieck ein. Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks.

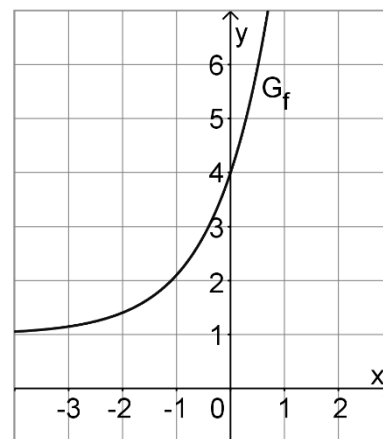


Abb. 1

BE

3

3

3

¹ Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

G_f schließt mit der y -Achse und den Geraden mit den Gleichungen $y = 1$ und $x = u$ mit $u < 0$ eine Fläche ein. In Abbildung 2 ist diese Fläche für einen bestimmten Wert von u schraffiert dargestellt.

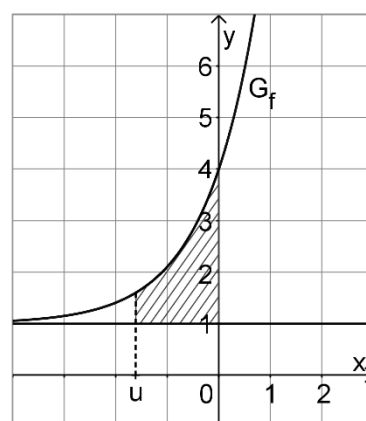


Abb. 2

d Weisen Sie nach, dass sich der Inhalt der beschriebenen Fläche mit dem Term $3 - 3e^u$ berechnen lässt.

e Für die in Abbildung 2 schraffiert dargestellte Fläche gilt $u = -\ln 5$. Für eine Zahl a teilt die Gerade mit der Gleichung $x = a$ diese Fläche in zwei Flächenstücke gleichen Inhalts. Ermitteln Sie a .

f Betrachtet wird die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion k mit $k(x) = 60e^{-\frac{1}{400}x} + 20$. Der Graph von k kann aus dem Graphen von f erzeugt werden durch eine Streckung in y -Richtung mit dem Faktor 20 sowie durch weitere Veränderungen, die durch den Faktor $-\frac{1}{400}$ hervorgerufen werden. Geben Sie diese weiteren Veränderungen an.

2 Speicheröfen geben beim Abkühlen über ihre Oberfläche Wärme an die Umgebung ab. Die Entwicklung der Oberflächentemperatur eines bestimmten Speicherofens bei einem Abkühlvorgang wird modellhaft durch die Funktion k aus der Aufgabe 1f beschrieben. Dabei ist x mit $x \geq 0$ die seit Beginn des Abkühlvorgangs vergangene Zeit in Minuten und $k(x)$ die Oberflächentemperatur des Speicherofens in $^{\circ}\text{C}$. Vereinfachend wird angenommen, dass die Oberflächentemperatur an allen Stellen des Speicherofens gleich groß ist.

a Geben Sie die Oberflächentemperatur des Speicherofens zu Beginn des Abkühlvorganges an.

Für die erste Ableitungsfunktion k' von k gilt: $k'(x) = -\frac{1}{400} \cdot 60e^{-\frac{1}{400}x}$

b Untersuchen Sie, ob die mittlere Änderungsrate der Oberflächentemperatur innerhalb der ersten 60 Minuten des Abkühlvorgangs um mehr als 10 % von der momentanen Änderungsrate der Oberflächentemperatur 60 Minuten nach Beginn des Abkühlvorgangs abweicht.

c Der Term $k(x) - 20$ gibt die Differenz zwischen der Oberflächentemperatur und der Umgebungstemperatur in $^{\circ}\text{C}$ in Abhängigkeit von der Zeit an. Begründen Sie, dass im verwendeten Modell die folgende Aussage wahr ist:

Es gibt eine Konstante c , sodass zu jedem Zeitpunkt die Differenz zwischen der Oberflächentemperatur und der Umgebungstemperatur das c -Fache der momentanen Änderungsrate der Oberflächentemperatur ist.

25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
1	a Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt $e^x > 0$ und damit $3e^x + 1 > 0$. $]1; +\infty[$	3
	b $f(0) = 4$; $f'(x) = 3e^x$; $f'(0) = 3$ Gleichung der Tangente: $y = 3x + 4$	3
	c $0 = 3x + 4 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{3}$ Umfang des Dreiecks: $\frac{4}{3} + 4 + \sqrt{4^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{16}{3} + \frac{4}{3}\sqrt{10}$	3
	d $\int_u^0 (f(x) - 1) dx = \left[3e^x \right]_u^0 = 3 - 3e^u$	3
	e $3 - 3e^a = \frac{1}{2} \cdot (3 - 3e^{-\ln 5}) \Leftrightarrow 3 - 3e^a = \frac{6}{5} \Leftrightarrow a = \ln \frac{3}{5}$	3
	f Spiegelung an der y-Achse und Streckung in x-Richtung mit dem Faktor 400	2
2	a 80°C	1
	b $\frac{\frac{k(60) - k(0)}{60 - 0} - k'(60)}{k'(60)} \approx 0,08$, d. h. die zu untersuchende prozentuale Abweichung beträgt weniger als 10 %.	4
	c $k(x) - 20 = 60e^{-\frac{1}{400}x} = -400 \cdot k'(x)$ Somit existiert die beschriebene Konstante c.	3
		25

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	3	I	I			I		X		
b	3				I	I		X		
c	3		II		I	II			X	
d	3	II	II			II			X	
e	3		III		I	III				X
f	2	I	II		II		I		X	
2 a	1			I		I		X		
b	4		I	II		II	I		X	
c	3	II	II			II	III			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.