

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2026

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Analysis	WTR

1 Aufgabe

1 Abbildung 1 zeigt den Graphen G der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{4}$.

a Zeigen Sie, dass G monoton steigend ist.

b Beschreiben Sie, wie G aus dem Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion $u: x \mapsto x^3$ erzeugt werden kann.

c Die Tangente an G im Punkt $(3 | f(3))$ schneidet die y-Achse im Punkt $(0 | -\frac{53}{4})$.

Bestimmen Sie eine Gleichung dieser Tangente sowie die Größe des Winkels, unter dem diese Tangente die x-Achse schneidet.

d Ermitteln Sie einen Term derjenigen Stammfunktion von f, deren Graph durch den Punkt $(4 | 16)$ verläuft.

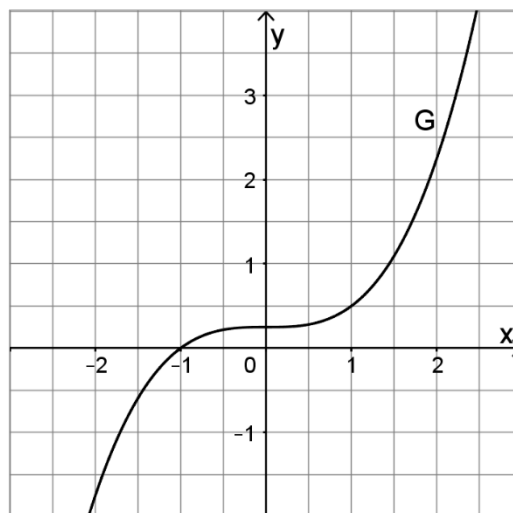


Abb. 1

BE

2

2

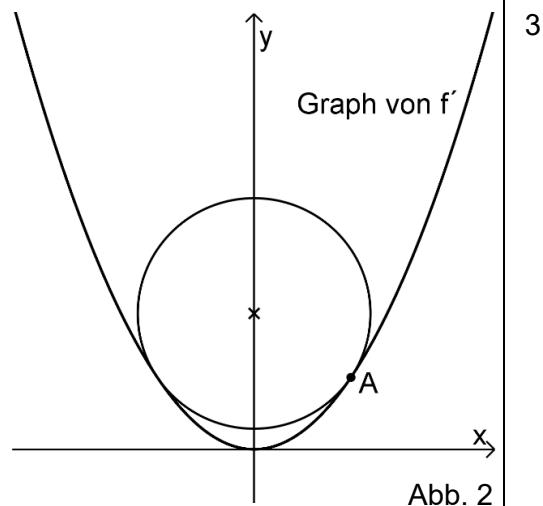
4

3

¹ Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

- e Für jede positive reelle Zahl k gilt $\int_{-k}^k f(x) dx = \int_{-k}^k \left(\frac{1}{4}x^3\right) dx + \int_{-k}^k \frac{1}{4} dx$. Begründen Sie
3
ohne Verwendung von Stammfunktionen, dass $\int_{-k}^k f(x) dx = 2k \cdot \frac{1}{4}$ gilt.

- f Es gibt Kreise, deren Mittelpunkte auf der y -Achse liegen und die den Graphen der ersten Ableitungsfunktion f' von f in genau zwei Punkten berühren. Abbildung 2 zeigt den Graphen von f' sowie einen solchen Kreis mit Berührungspunkt $A\left(1 \mid \frac{3}{4}\right)$. Bestimmen Sie rechnerisch die y -Koordinate des Mittelpunktes dieses Kreises.



- 2 Für eine jugendliche Person wird das Volumen der Luft (Luftvolumen) in der Lunge während der Ruheatmung betrachtet. Die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion h mit $h(x) = \frac{1}{6} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3} \cdot x\right) + \frac{8}{3}$ beschreibt für $x \geq 0$ vereinfacht das Luftvolumen in der

Lunge dieser Person. Dabei ist x die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Sekunden und $h(x)$ das Luftvolumen in Litern. In Abbildung 3 ist der Graph von h dargestellt. Ein Atemzyklus umfasst einen vollständigen Aus- und Einatmungsvorgang.

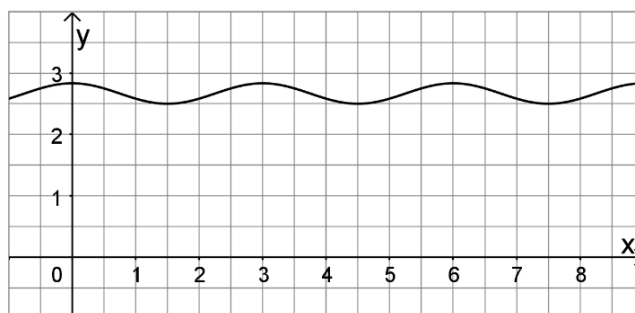


Abb. 3

- a Berechnen Sie für die betrachtete Person das Luftvolumen in der Lunge 2,5 Sekunden nach Beobachtungsbeginn. 2
b Bestimmen Sie für die betrachtete Person die Anzahl der Atemzyklen pro Minute und geben Sie mithilfe von Abbildung 3 einen Zeitpunkt an, zu dem das Luftvolumen in der Lunge am stärksten zunimmt. 3
c Betrachtet wird der erste Atemzyklus im Beobachtungszeitraum. Geben Sie für jeden der folgenden Terme die Bedeutung im Sachzusammenhang an: 3

I $h(3) - h(1,5)$ II $\frac{h(3) - h(1,5)}{1,5}$

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
1	a Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt $f'(x) = \frac{3}{4}x^2 \geq 0$.	2
	b G kann aus dem Graphen von u durch eine Streckung mit dem Faktor $\frac{1}{4}$ in y-Richtung und eine anschließende Verschiebung um $\frac{1}{4}$ in positive y-Richtung erzeugt werden.	2
	c $f'(3) = \frac{27}{4}$ Gleichung der Tangente: $y = \frac{27}{4}x - \frac{53}{4}$ $\tan \alpha = \frac{27}{4}$ liefert die gesuchte Winkelgröße $\alpha \approx 81,6^\circ$.	4
	d Ein Term der gesuchten Stammfunktion hat die Form $F(x) = \frac{1}{16}x^4 + \frac{1}{4}x + c$. $F(4) = 16 \Leftrightarrow c = -1$	3
	e $\int_{-k}^k \left(\frac{1}{4}x^3\right) dx = 0$, da der Graph der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion $x \mapsto \frac{1}{4}x^3$ symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs ist. Der Wert des Integrals $\int_{-k}^k \frac{1}{4} dx$ kann als Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seitenlängen $2k$ und $\frac{1}{4}$ interpretiert werden.	3
	f Steigung der Tangente an den Graphen von f' in A: $f''(1) = \frac{3}{2}$ Gleichung der Normale an den Graphen von f' in A: $y = -\frac{2}{3}x + n$ $\frac{3}{4} = -\frac{2}{3} + n \Leftrightarrow n = \frac{17}{12}$; y-Koordinate: $\frac{17}{12}$	3
2	a $h(2,5) = \frac{11}{4}$ Luftvolumen: 2,75 Liter	2
	b Anzahl: $\frac{60}{3} = 20$ Zeitpunkt: 2,25 Sekunden nach Beobachtungsbeginn	3
	c I: Zunahme des Luftvolumens in der Lunge beim Einatmen in Litern II: durchschnittliche Zunahme des Luftvolumens in der Lunge beim Einatmen in Litern pro Sekunde	3
		25

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	2					I		X		
b	2	II					II		X	
c	4		I			I		X		
d	3		II			II			X	
e	3	III	III		II		II			X
f	3		III		II	II				X
2 a	2			I		I		X		
b	3			II	I		II		X	
c	3	II		II	II		I		X	

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.