

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2026

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Analysis	MMS

1 Aufgabe

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = \frac{3}{16} \cdot (x^3 + 2x^2 - 4x - 8)$. Der Graph von f wird mit G bezeichnet.

a Berechnen Sie die Nullstellen von f . Geben Sie das Verhalten von f für $x \rightarrow -\infty$ an.

b Der Tiefpunkt von G hat die x -Koordinate $\frac{2}{3}$. Begründen Sie, dass G auch einen Hochpunkt besitzt, und geben Sie dessen Koordinaten an.

c G besitzt genau einen Wendepunkt. Zeigen Sie, dass der Wendepunkt die x -Koordinate $-\frac{2}{3}$ besitzt und dass die Tangente an G im Wendepunkt mit der x -Achse einen Winkel der Größe 45° einschließt.

d Neben dem Wendepunkt gibt es zwei weitere Punkte auf G , in denen die jeweilige Tangente an den Graphen mit der x -Achse einen Winkel der Größe 45° einschließt. Berechnen Sie die x -Koordinaten dieser zwei weiteren Punkte.

Betrachtet wird ein 3 m langes, geradliniges Stück einer Dachrinne aus Blech. Das Blech ist 0,7 mm dick, was in der Abbildung im dargestellten Querschnitt veranschaulicht wird. Die dargestellte Profillinie der Innenseite der Dachrinne kann im verwendeten Koordinatensystem für $-2 \leq x \leq 2$ durch G beschrieben werden. Dabei entspricht eine Längeneinheit 5 cm in der Realität.

BE

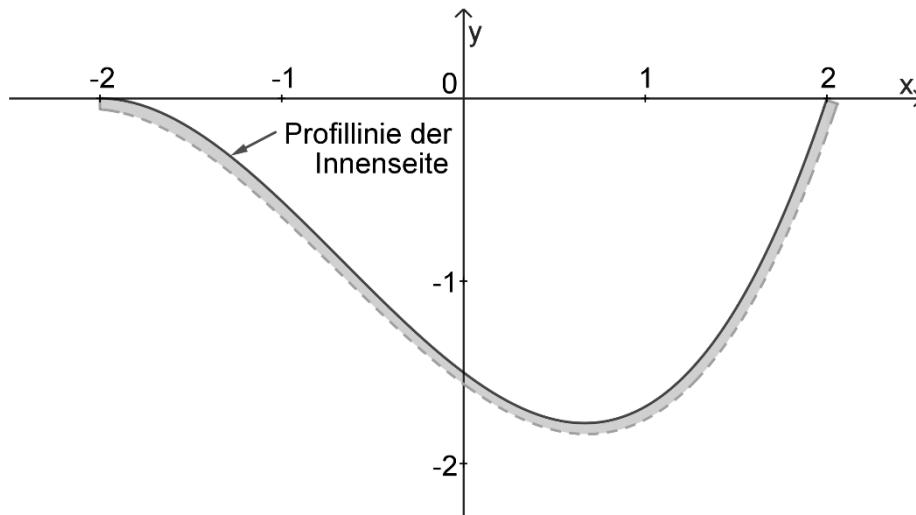
3

3

3

2

¹ Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)



e Dieses Stück der Dachrinne soll in einen quaderförmigen Karton verpackt werden, der über 3 m lang ist und innen einen Querschnitt mit den Maßen 21 cm und 9,5 cm hat. Untersuchen Sie rechnerisch, ob der Karton als Verpackung für dieses Stück der Dachrinne geeignet ist.

3

f Die folgenden Rechenschritte stellen einen Lösungsweg für eine Aufgabe im Sachzusammenhang dar:

5

$$\blacklozenge f(x) = -1 \Leftrightarrow x = x_1 \vee x = x_2 \vee x = x_3 \text{ mit } x_1 \approx -3,03, x_2 \approx -0,56 \text{ und } x_3 \approx 1,59$$

$$\blacklozenge \int_{x_2}^{x_3} (-1 - f(x)) dx \approx 1,09$$

$$\blacklozenge 1,09 \cdot 5^2 \cdot 300 = 8175$$

$$\blacklozenge \text{also etwa } 8175 \text{ cm}^3$$

Geben Sie eine dazu passende Aufgabenstellung an und erläutern Sie den dargestellten Lösungsweg.

g Nun wird ein Stück einer zweiten Dachrinne betrachtet. Im Vergleich zum bisher betrachteten Stück ist es ebenfalls geradlinig, hat die gleiche Länge und besteht aus einem Blech gleicher Dicke. Auch das Volumen des Wassers, das beide Stücke maximal fassen können, ist gleich. Die Profillinie der Innenseite der zweiten Dachrinne hat die Form eines Halbkreises. Ein Kubikzentimeter des verwendeten Materials hat eine Masse von 8,96 Gramm. Bestimmen Sie für die zweite Dachrinne die Masse des betrachteten Stücks.

6

25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
a	$f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-2; 2\}$ $f(x) \rightarrow -\infty$	3
b	Da f eine ganzrationale Funktion dritten Grades ist, hat ihr Graph entweder keinen Extrempunkt oder zwei Extrempunkte. Da ein Tiefpunkt vorliegt, ist der andere Extrempunkt ein Hochpunkt. $(-2 0)$	3
c	$f''\left(-\frac{2}{3}\right) = 0$ $f'\left(-\frac{2}{3}\right) = -1$	3
d	$f'(x) = 1 \Leftrightarrow x \in \left\{-\frac{2+4\sqrt{2}}{3}, -\frac{2-4\sqrt{2}}{3}\right\}$	2
e	$4 \cdot 5 = 20$ $\left f\left(\frac{2}{3}\right)\right \cdot 5 \approx 8,9$ Somit ist der Karton für das Stück der Dachrinne aus dem 0,7 mm dicken Blech geeignet.	3
f	Aufgabenstellung: Berechnen Sie das Volumen des Wassers im betrachteten Stück der Dachrinne, wenn bis zur vollständigen Befüllung noch 5 cm an Höhe fehlen. Erläuterung: Die x-Koordinaten der drei Schnittpunkte von G und der Gerade mit der Gleichung $y = -1$ werden berechnet. Der Inhalt der Fläche zwischen G und dieser Gerade wird berechnet. Unter Verwendung des Umrechnungsfaktors beim Flächeninhalt wird das Volumen des Wassers berechnet.	5
g	Radius r (innen) in Zentimetern: $5^2 \cdot \left \int_{-2}^2 f(x) dx \right = \frac{\pi \cdot r^2}{2} \Rightarrow r = 10\sqrt{\frac{2}{\pi}}$ Masse in Gramm: $\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left((r + 0,07)^2 - r^2\right) \cdot 300 \cdot 8,96 \approx 4737$	6
		25

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3					I		X		
b	3	I	I			I		X		
c	3		I			I		X		
d	2		II		II	I	II		X	
e	3	I	II	II	I				X	

f	5	II	II	II	II		II		X	
g	6		III	III		II	II			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.