

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2026

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Analysis	MMS

1 Aufgabe

1 Ein Bergbauunternehmen plant, in einer Region Kupfererz abzubauen. Der Abbau wird für $x \geq 0$ durch die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion k mit $k(x) = 80e^{1,5} - (4x + 80) \cdot e^{-0,05x + 1,5}$ beschrieben. Dabei ist x die ab Beginn des Abbaus vergangene Zeit in Jahren und $k(x)$ die Gesamtmenge des bis zu diesem Zeitpunkt abgebauten Kupfererzes in Millionen Tonnen.

a Zeigen Sie, dass im Modell nach 8 Jahren etwa 22 Millionen Tonnen Kupfererz abgebaut sind. Ermitteln Sie den Zeitpunkt, bis zu dem 100 Millionen Tonnen Kupfererz abgebaut sind.

b Die Gleichung $\frac{k(c) - k(0)}{c} = 1,9$ mit $c \in \mathbb{R}$ besitzt genau zwei Lösungen. Geben Sie die kleinere der beiden Lösungen an. Deuten Sie die Gleichung und diese Lösung im Sachzusammenhang.

BE

3

3

¹ Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

Im Modell beschreibt die erste Ableitungsfunktion k' von k für $x \geq 0$ die momentane Rate des Abbaus von Kupfererz (momentane Abbaurate) in Millionen Tonnen pro Jahr. Der Graph von k' ist in Abbildung 1 dargestellt.

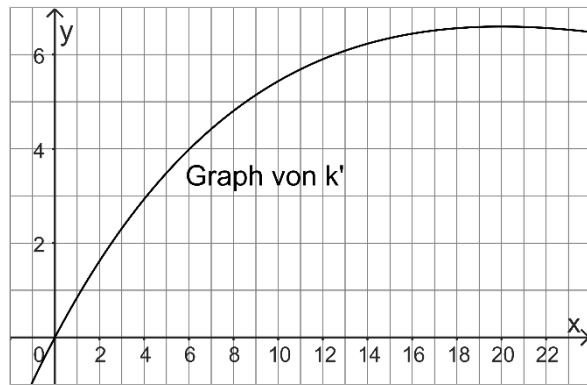


Abb. 1

- c Berechnen Sie den Zeitpunkt, an dem die momentane Abbaurate ihren größten Wert annimmt, und geben Sie diesen größten Wert an.

- d Ermitteln Sie rechnerisch die Länge des Zeitraums, innerhalb dessen die momentane Abbaurate mindestens fünf Millionen Tonnen Kupfererz pro Jahr beträgt.

- e Begründen Sie anhand des Graphen von k' in Abbildung 1, dass die folgende Aussage wahr ist.

In den ersten 20 Jahren nach Beginn des Abbaus gibt es keinen Zeitpunkt, ab dem innerhalb einer Zeitspanne von einem Jahr die momentane Abbaurate um eine Million Tonnen pro Jahr zunimmt.

- 2 Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f mit $f(x) = e^{-x+2} - 1$ und h mit $h(x) = -2x - 2$. Abbildung 2 zeigt den Graphen G_f von f sowie den Graphen G_h von h . G_h ist eine Gerade.

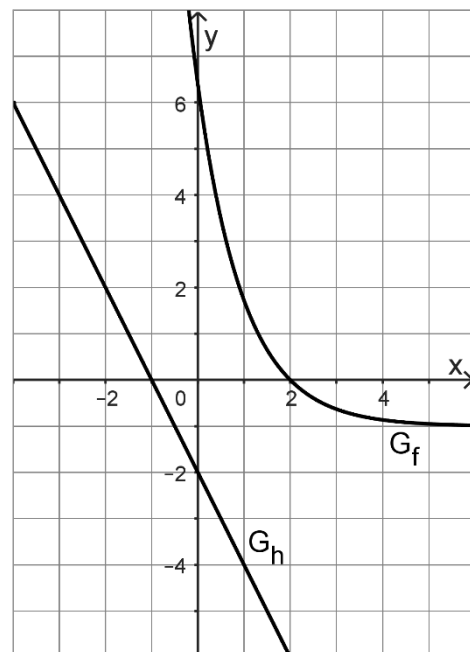


Abb. 2

- a Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes von G_f mit der y-Achse sowie die Steigung von G_f in diesem Punkt an.

- b Die folgenden Schritte stellen eine Lösung einer Aufgabe in einem geometrischen Zusammenhang dar:

- ♦ $f'(x) = h'(x) \Leftrightarrow x = 2 - \ln 2$
- ♦ Mit $y = -2x + n$ und $f(2 - \ln 2) = 1$ ergibt sich $n = 5 - 2 \cdot \ln 2$.

Interpretieren Sie das Ergebnis $n = 5 - 2 \cdot \ln 2$ in diesem geometrischen Zusammenhang.

- c G_f schließt mit den Koordinatenachsen eine Fläche ein. Eine zu G_h parallele Gerade g halbiert diese Fläche. Bestimmen Sie eine Gleichung der Gerade g .

3

3

3

2

3

5

25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
1	a $k(8) \approx 22$ $k(x) = 100$ liefert $x \approx 20,8$. Zeitpunkt: etwa 21 Jahre nach Beginn des Abbaus	3
	b $c \approx 5$ Im Zeitraum bis etwa zum Ende des fünften Jahres werden durchschnittlich 1,9 Millionen Tonnen Kupfererz pro Jahr abgebaut.	3
	c $k''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20$ Zeitpunkt: 20 Jahre ab Beginn des Abbaus größter Wert der momentanen Abbaurate: etwa 6,6 Millionen Tonnen pro Jahr	3
	d $k'(x) = 5 \Leftrightarrow x = x_1 \vee x = x_2$ mit $x_1 \approx 8,6$ und $x_2 \approx 38,8$ $x_2 - x_1 \approx 30,2$ Länge des Zeitraums: etwa 30 Jahre	3
	e Der Abbildung 1 kann entnommen werden, dass der Graph von k' im abgebildeten Bereich rechtsgekrümmt ist. Damit ist der Zuwachs der momentanen Abbaurate im ersten Jahr mit etwa 0,9 Millionen Tonnen pro Jahr der größte jährliche Zuwachs der momentanen Abbaurate im betrachteten Zeitraum.	3
2	a $(0 e^2 - 1)$ Steigung: $-e^2$	2
	b Die zu G_h parallele Tangente an G_f schneidet die y-Achse im Punkt $(0 n)$.	3
	c $g: y = -2x + a$ mit $a \in \mathbb{R}^+$ Die Gerade g schneidet die x-Achse im Punkt mit der x-Koordinate $\frac{a}{2}$. $\frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{1}{2} \cdot \int_0^2 f(x) dx \Leftrightarrow a = \sqrt{2e^2 - 6}$	5
		25

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	3		I	I		I		X		
b	3			II	I	I	II		X	
c	3			I		I		X		

d	3		II	II		I			X	
e	3	II		II	II			II	X	
2 a	2					I			X	
b	3	II			II			II	X	
c	5		III		III	II				X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.