

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2026

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A2)	WTR

1 Aufgabe

Betrachtet wird das in Abbildung 1 dargestellte gerade Prisma $ABCDEF$ mit der dreieckigen Grundfläche ABC . Im verwendeten Koordinatensystem gilt: $A(10|0|0)$, $B(10|5|20)$, $C(10|-5|20)$ und $D(0|0|0)$

- Begründen Sie, dass die Grundfläche ABC parallel zur yz -Ebene und symmetrisch bezüglich der xz -Ebene liegt.
- Zeigen Sie, dass das Volumen des Prismas 1000 beträgt.
- Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene, in der die Punkte A , B und D liegen, in Koordinatenform.
(zur Kontrolle: $4y - z = 0$)

Das Prisma beschreibt einen Behälter, in den Wasser gefüllt werden kann. Die zugehörige Öffnung des Behälters wird durch das Viereck $BEFC$ dargestellt. Die xy -Ebene beschreibt die Horizontale. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Zentimeter in der Wirklichkeit. Die Materialstärke des Behälters wird im Folgenden vernachlässigt.

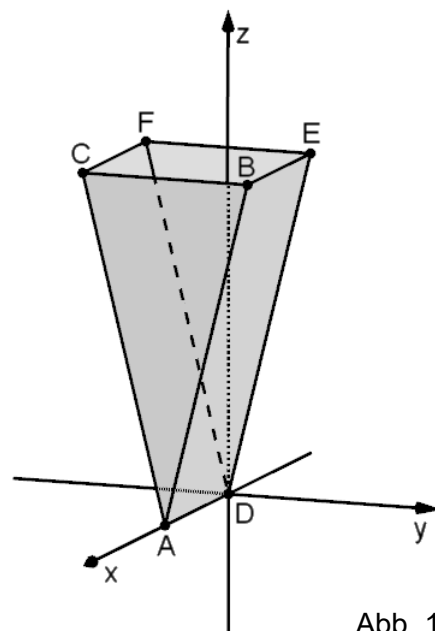


Abb. 1

BE

3

2

3

¹ Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

Im Behälter befindet sich Wasser, dessen Volumen halb so groß wie das Fassungsvermögen des Behälters ist. Der Behälter wird um eine Achse, die durch die Gerade AD beschrieben wird, langsam um einen Winkel der Größe 120° gedreht (vgl. Abbildung 2). Die Ausgangsposition entspricht einem Drehwinkel der Größe 0° .

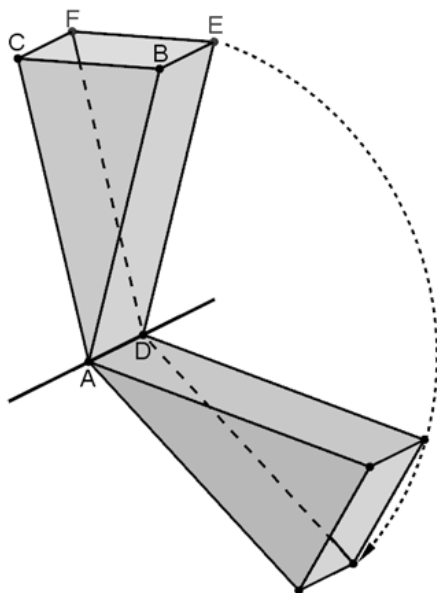


Abb. 2

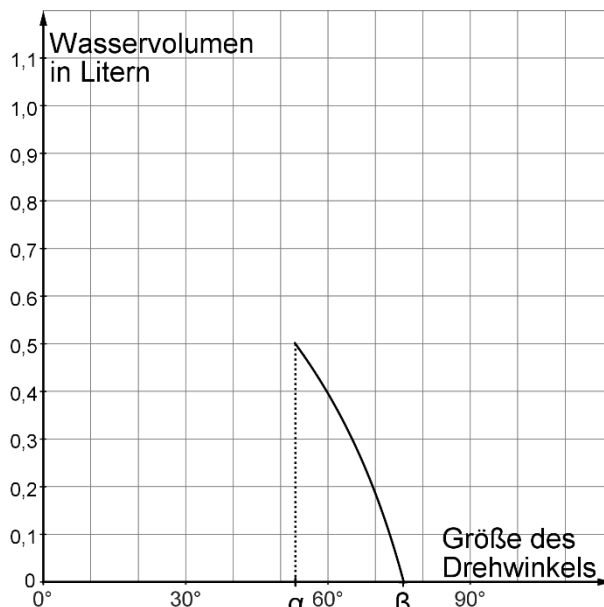


Abb. 3

Der in Abbildung 3 mit durchgezogener Linie dargestellte Graph beschreibt modellhaft das Volumen des Wassers im Behälter in Abhängigkeit von der Größe des Drehwinkels für den Bereich $[\alpha; \beta]$.

d Zeichnen Sie den Graphen für den Bereich $[0^\circ; \alpha[$ ein.

Bei der Drehung des Behälters hat der Drehwinkel, dessen Größe mit α bezeichnet wird, bezüglich der Wasserfüllung des Behälters eine bestimmte Bedeutung. Geben Sie diese Bedeutung an.

e Bestimmen Sie rechnerisch einen geeigneten Wert für β und erläutern Sie Ihren Ansatz.

3

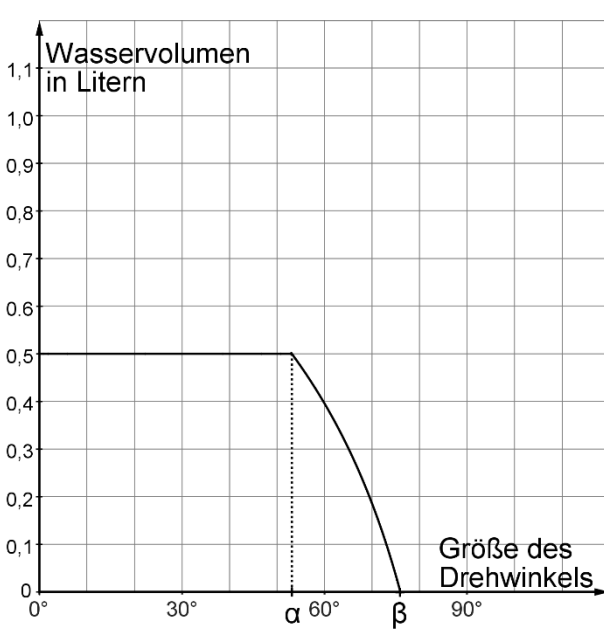
4

15

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
a Begründung der Parallelität: Die Grundfläche ABC liegt in der Ebene mit der Gleichung $x = 10$. Begründung der Symmetrie: A liegt in der xz-Ebene; die Koordinaten von B und C unterscheiden sich nur im Vorzeichen der y-Koordinate.	3

b	$\frac{1}{2} \cdot (5 - (-5)) \cdot 20 \cdot 10 = 1000$	2
c	$\vec{n} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 20 \end{pmatrix} = 0 \wedge \vec{n} \circ \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$ liefert $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ als Normalenvektor der Ebene. Somit hat die Ebene eine Gleichung der Form $4y - z = c$. Da D in der Ebene liegt, folgt $4y - z = 0$.	3
d	 Bei diesem Drehwinkel beginnt das Wasser aus dem Behälter zu laufen.	3
e	$\cos \beta = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$ liefert $\beta \approx 76^\circ$. Wenn sich die Seitenwand des Behälters, die durch das Rechteck ADEB beschrieben wird, in horizontaler Lage befindet, ist das gesamte Wasser aus dem Behälter gelaufen.	4
		15

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3	I			I		I	X		
b	2					I		X		
c	3					II			X	
d	3	II		II	II		II		X	
e	4	III	II	III	III	II	II			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.