

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2026

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	Stochastik	WTR

1 Aufgabe

1 Bei einer statistischen Erhebung werden die in einem großen europäischen Land zugelassenen Kraftfahrzeuge betrachtet. Von diesen Kraftfahrzeugen sind 80 % Personenkraftwagen (Pkw).

a Es werden 200 Kraftfahrzeuge zufällig ausgewählt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich darunter höchstens 170 Pkw befinden.

Im Folgenden wird zusätzlich das Alter der betrachteten Kraftfahrzeuge untersucht. 70,8 % dieser Kraftfahrzeuge sind mindestens fünf Jahre alt.

b Vervollständigen Sie die abgebildete Vierfeldertafel.

	A	$\bar{A}$	
B			
$\bar{B}$		0,044	
			1

A: „Ein Kraftfahrzeug ist mindestens fünf Jahre alt.“

B: „Ein Kraftfahrzeug ist ein Pkw.“

c Untersuchen Sie, ob der Anteil der Kraftfahrzeuge, die mindestens fünf Jahre alt sind, unter den Pkw größer ist als unter den übrigen Kraftfahrzeugen.

In der Folge werden die zugelassenen Pkw betrachtet. Diese werden je nach Alter einem von sieben Zeitintervallen zugeordnet. Abbildung 1 zeigt die entsprechenden Anteile.

BE

2

2

3

¹ Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

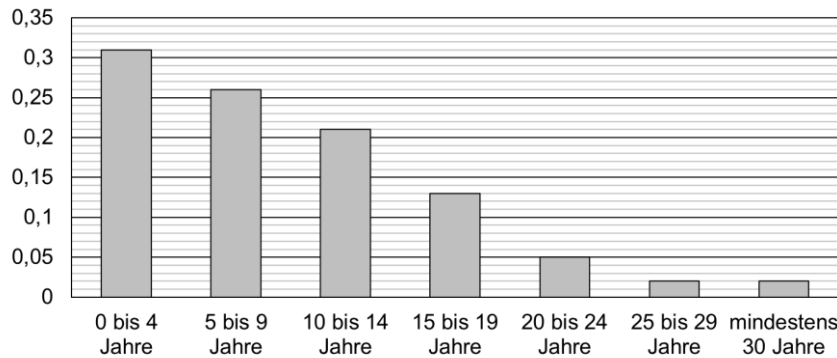


Abb. 1

- d** Alle zugelassenen Pkw werden nach ihrem Alter in einer Liste sortiert. Angenommen, es gibt einen Pkw, für den die Anzahl jüngerer Pkw gleich der Anzahl älterer Pkw ist. Geben Sie dasjenige der sieben Zeitintervalle an, in dem das Alter dieses Pkw liegt, und begründen Sie Ihre Angabe.
- e** Beschreiben Sie den mathematischen Zusammenhang zwischen Abbildung 1 und dem Term $5 \cdot 0,26 + 10 \cdot 0,21 + 15 \cdot 0,13 + 20 \cdot 0,05 + 25 \cdot 0,02 + 30 \cdot 0,02$ und geben Sie die Bedeutung seines Wertes im Sachzusammenhang an.
- 2** In einer Region werden die Personen betrachtet, die regelmäßig in einem Pkw zur Arbeit fahren. Frühere Untersuchungen haben ergeben, dass etwa 90 % dieser Personen dabei allein im Pkw sind. Um diesen Anteil zu senken, wurden Anreize geschaffen, verstärkt Fahrgemeinschaften zu bilden. Nun soll untersucht werden, ob der beschriebene Anteil deutlich gesunken ist. Dazu wird die Durchführung eines Signifikanztests geplant mit einem Signifikanzniveau von 5 % und der Nullhypothese „Der Anteil der Personen, die allein im Pkw zur Arbeit fahren, liegt bei mindestens 75 %.“
- a** Es ist geplant, den Test auf der Grundlage einer Stichprobe von 400 Personen durchzuführen. Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel.

- b** Angenommen, der Test würde mit unveränderter Nullhypothese und unverändertem Signifikanzniveau mit n zufällig ausgewählten Personen geplant. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person allein im Pkw zur Arbeit fährt, wird mit p bezeichnet. Abbildung 2 stellt für einen bestimmten Wert von n in Abhängigkeit von p die Wahrscheinlichkeit dafür dar, dass das Ergebnis des Tests im Ablehnungsbereich liegt. Ermitteln Sie für ein geeignet gewähltes Beispiel mithilfe von Abbildung 2 die Wahrscheinlichkeit für den zugehörigen Fehler zweiter Art.

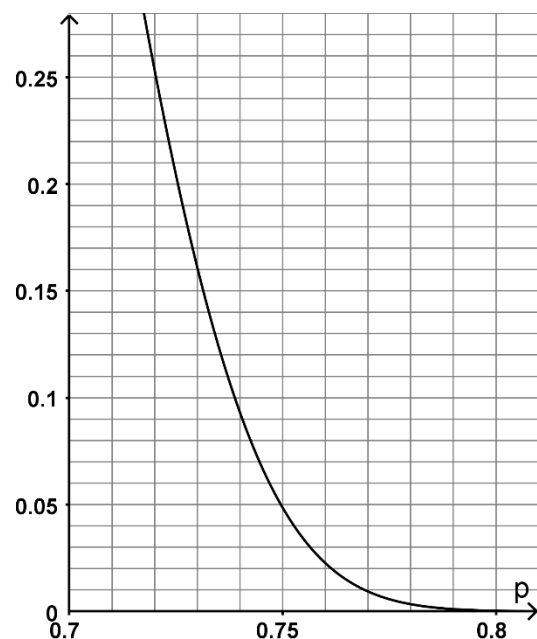


Abb. 2

2

3

5

3

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

					BE	
1	a	X: Anzahl der Pkw $P_{0,8}^{200}(X \leq 170) \approx 0,972$				2
	b		A	$\bar{A}$		2
		B	0,552	0,248	0,8	
		$\bar{B}$	0,156	0,044	0,2	
			0,708	0,292	1	
	c	$\frac{0,552}{0,8} = 0,69$; $\frac{0,156}{0,2} = 0,78$ Somit ist der Anteil der Kraftfahrzeuge, die mindestens fünf Jahre alt sind, unter den Pkw kleiner als unter den übrigen Kraftfahrzeugen.				3
	d	Zeitintervall: 5 bis 9 Jahre Der Abbildung 1 ist zu entnehmen, dass weniger als 50 % der Pkw ein Alter von 0 bis 4 Jahren haben; ein Alter von 0 bis 9 Jahren haben hingegen mehr als 50 % der Pkw.				2
	e	Die Summanden sind jeweils das Produkt aus der unteren Intervallgrenze und dem zugehörigen Anteil der abgebildeten Zeitintervalle. Der Wert des Terms ist eine untere Grenze für das durchschnittliche Alter der zugelassenen Pkw in Jahren.				3
2	a	Y: Anzahl der allein fahrenden Personen $P_{0,75}^{400}(Y \leq 285) \approx 4,86\%$; $P_{0,75}^{400}(Y \leq 286) \approx 6,10\%$ Befinden sich weniger als 286 allein fahrende Personen in der Stichprobe, so wird die Nullhypothese abgelehnt.				5
	b	Wählt man beispielsweise $p = 0,73$, so beträgt die Wahrscheinlichkeit für den zugehörigen Fehler zweiter Art etwa $1 - 0,16 = 0,84$. <i>(Hinweis: Es ist p kleiner als 0,75 zu wählen.)</i>				3
						20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	2			I		I		X		
b	2				I		I	X		

c	3	II		I		I	II		X	
d	2	II	II		I		II		X	
e	3	III		II	III		III			X
2 a	5	II	II	II		II	II		X	
b	3		III		II		III			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.