

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2026

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	Stochastik	MMS

1 Aufgabe

1 Bei einer statistischen Erhebung werden die in einem großen europäischen Land zugelassenen Kraftfahrzeuge betrachtet. Von diesen Kraftfahrzeugen sind 80 % Personenkraftwagen (Pkw).

a Es werden 200 Kraftfahrzeuge zufällig ausgewählt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich darunter höchstens 170 Pkw befinden.

Im Folgenden wird zusätzlich das Alter der betrachteten Kraftfahrzeuge untersucht. 70,8 % dieser Kraftfahrzeuge sind mindestens fünf Jahre alt.

b Vervollständigen Sie die abgebildete Vierfeldertafel.

	A	$\bar{A}$	
B			
$\bar{B}$		0,044	
			1

A: „Ein Kraftfahrzeug ist mindestens fünf Jahre alt.“

B: „Ein Kraftfahrzeug ist ein Pkw.“

c Untersuchen Sie, ob der Anteil der Kraftfahrzeuge, die mindestens fünf Jahre alt sind, unter den Pkw größer ist als unter den übrigen Kraftfahrzeugen.

In der Folge werden die zugelassenen Pkw betrachtet. Diese werden je nach Alter einem von sieben Zeitintervallen zugeordnet. Abbildung 1 zeigt die entsprechenden Anteile.

BE

2

2

3

¹ Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

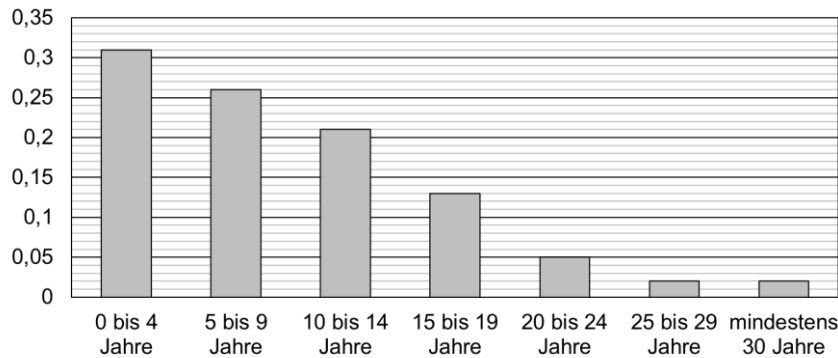


Abb. 1

- d** Alle zugelassenen Pkw werden nach ihrem Alter in einer Liste sortiert. Angenommen, es gibt einen Pkw, für den die Anzahl jüngerer Pkw gleich der Anzahl älterer Pkw ist. Geben Sie dasjenige der sieben Zeitintervalle an, in dem das Alter dieses Pkw liegt, und begründen Sie Ihre Angabe. 2
- e** Beschreiben Sie den mathematischen Zusammenhang zwischen Abbildung 1 und dem Term $5 \cdot 0,26 + 10 \cdot 0,21 + 15 \cdot 0,13 + 20 \cdot 0,05 + 25 \cdot 0,02 + 30 \cdot 0,02$ und geben Sie die Bedeutung seines Wertes im Sachzusammenhang an. 3

- 2** In einer Region werden die Personen betrachtet, die regelmäßig in einem Pkw zur Arbeit fahren. Um den Anteil p der Personen zu senken, die dabei allein im Pkw sind, wurden Anreize geschaffen, verstärkt Fahrgemeinschaften zu bilden. Erfahrungsgemäß betrug der beschriebene Anteil p vor der Schaffung der Anreize über 90 %.

Nun soll untersucht werden, ob dieser Anteil deutlich gesunken ist. Dazu werden 20 Stichproben jeweils vom Umfang 500 erhoben und es wird jeweils die Anzahl der Personen ermittelt, die allein im Pkw zur Arbeit fahren. Für jede Stichprobe wird mithilfe der Gleichung

$$|h - p| = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$$

jeweils ein Konfidenzintervall zur Sicherheitswahrscheinlichkeit 95 %

für den unbekannten Anteil p ermittelt. Diese Konfidenzintervalle sind in Abbildung 2 dargestellt und mit den Nummern 1 bis 20 versehen.

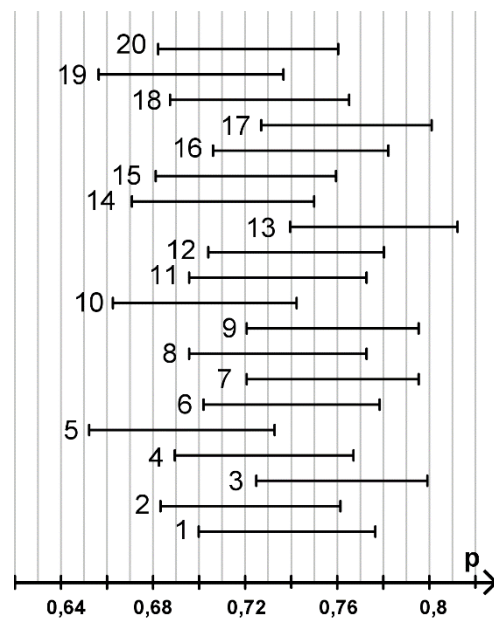


Abb. 2

- a** In einer der Stichproben werden 356 Personen gezählt, die allein im Pkw zur Arbeit fahren. Ermitteln Sie rechnerisch auf Tausendstel genau die Grenzen des zugehörigen Konfidenzintervalls und geben Sie seine Nummer an. 3
- b** Geben Sie einen möglichen Wert für den beschriebenen unbekannten Anteil p an, der mit genau 19 der 20 Stichprobenergebnisse verträglich ist, und begründen Sie Ihre Angabe unter Verwendung von Abbildung 2. 2

- c Nun werden für 20 weitere Stichproben, die jeweils den Umfang 500 haben, die zu deren Ergebnissen gehörenden Konfidenzintervalle zur Sicherheitswahrscheinlichkeit 95 % ermittelt. Es wird angenommen, dass der Wert von p für diese 20 Stichproben konstant ist. Betrachtet wird die folgende Aussage:

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Wert von p von genau 19 dieser 20 ermittelten Konfidenzintervalle überdeckt wird, beträgt weniger als 42 %.

Die Zufallsgröße Y beschreibt die Anzahl derjenigen Konfidenzintervalle unter den ermittelten Konfidenzintervallen, die den Wert von p überdecken. Geben Sie eine geeignete Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y an und erläutern Sie Ihre Wahl. Zeigen Sie, dass die Aussage wahr ist.

3
20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

					BE	
1	a	X: Anzahl der Pkw $P_{0,8}^{200}(X \leq 170) \approx 0,972$			2	
	b		A	$\bar{A}$		2
		B	0,552	0,248	0,8	
		$\bar{B}$	0,156	0,044	0,2	
			0,708	0,292	1	
	c	$\frac{0,552}{0,8} = 0,69$; $\frac{0,156}{0,2} = 0,78$ Somit ist der Anteil der Kraftfahrzeuge, die mindestens fünf Jahre alt sind, unter den Pkw kleiner als unter den übrigen Kraftfahrzeugen.			3	
	d	Zeitintervall: 5 bis 9 Jahre Der Abbildung 1 ist zu entnehmen, dass weniger als 50 % der Pkw ein Alter von 0 bis 4 Jahren haben; ein Alter von 0 bis 9 Jahren haben hingegen mehr als 50 % der Pkw.			2	
	e	Die Summanden sind jeweils das Produkt aus der unteren Intervallgrenze und dem zugehörigen Anteil der abgebildeten Zeitintervalle. Der Wert des Terms ist eine untere Grenze für das durchschnittliche Alter der zugelassenen Pkw in Jahren.			3	
2	a	$\left \frac{356}{500} - p \right = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{500}}$ liefert das Konfidenzintervall $[p_1; p_2]$ mit $p_1 \approx 0,671$ und $p_2 \approx 0,750$. Nummer des Konfidenzintervalls: 14			3	

b	Für $p = 0,73$ ist der Abbildung 2 zu entnehmen, dass alle Konfidenzintervalle bis auf das mit der Nummer 13 diesen Wert von p überdecken.	2
c	Für jedes der ermittelten Konfidenzintervalle hat die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es p überdeckt, in etwa den gleichen Wert wie die Sicherheitswahrscheinlichkeit. Daher kann Y als binomialverteilt mit den Parametern $n = 20$ und $q = 0,95$ angenommen werden. $P_{0,95}^{20}(Y = 19) \approx 0,38 < 0,42$	3
		20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	2			I		I		X		
b	2				I		I	X		
c	3	II		I		I	II		X	
d	2	II	II		I		II		X	
e	3	III		II	III		III			X
2 a	3		I	I	II	I	II		X	
b	2	II		II	II		II		X	
c	3	III	II	III		I				X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.