

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2026

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	Stochastik	MMS

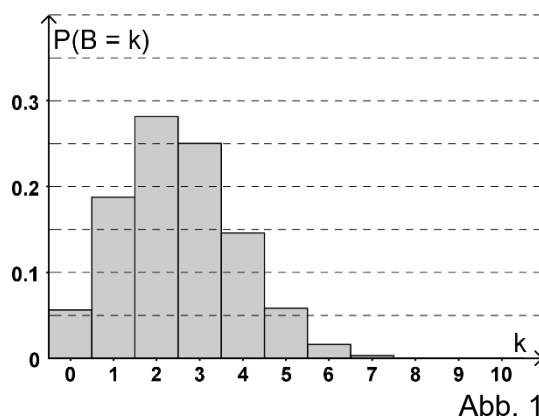
1 Aufgabe

Eine Supermarktkette bietet für Personen, die bei ihr einkaufen, ein Treuepunktesystem an. Diese Personen werden im Folgenden als Kundenkreis bezeichnet. Beim Bezahlen an der Kasse erhält man auf Wunsch pro 5 € Warenwert einen Treuepunkt zum Aufkleben. 75 % der Personen aus dem Kundenkreis der Supermarktkette sammeln Treuepunkte.

1 Aus dem Kundenkreis werden 10 Personen zufällig ausgewählt. Die Zufallsgröße A beschreibt die Anzahl der ausgewählten Personen, die Treuepunkte sammeln. Es soll davon ausgegangen werden, dass A binomialverteilt ist.

a Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass weniger als 8 der ausgewählten Personen Treuepunkte sammeln.

b Abbildung 1 zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer binomialverteilten Zufallsgröße B mit den Parametern $n=10$ und $p=0,25$. Erläutern Sie, wie man mithilfe von Abbildung 1 die Wahrscheinlichkeit dafür ermitteln kann, dass genau 6 der 10 ausgewählten Personen Treuepunkte sammeln.



BE

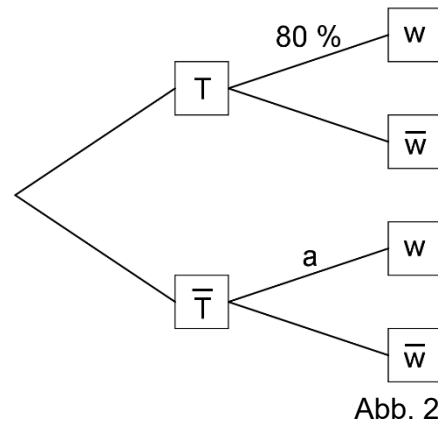
2

2

Abb. 1

¹ Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

- 2 Von den Personen aus dem Kundenkreis, die Treuepunkte sammeln, sind 80 % weiblich. Der Anteil der weiblichen Personen unter den Personen aus dem Kundenkreis, die keine Treuepunkte sammeln, wird mit a bezeichnet. Das abgebildete Baumdiagramm stellt den Sachverhalt dar.



- a Angenommen, der Kundenkreis besteht aus 500 000 Personen. Entscheiden Sie unter dieser Annahme, ob die Anzahl der Personen, die weiblich sind und Treuepunkte sammeln, kleiner als 400 000 ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung.
- b Der Anteil der nicht weiblichen Personen aus dem Kundenkreis beträgt 30 %. Berechnen Sie den Anteil a .
- c Ein Jahr später stellt sich der Sachverhalt wie folgt dar:
- ♦ Weiterhin sammeln 75 % der Personen aus dem Kundenkreis Treuepunkte.
 - ♦ Weiterhin sind von den Personen aus dem Kundenkreis, die Treuepunkte sammeln, 80 % weiblich.
 - ♦ Der Wert von a ist im Vergleich zum Vorjahr gestiegen.

Beurteilen Sie folgende Aussage:

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine aus dem Kundenkreis zufällig ausgewählte nicht weibliche Person Treuepunkte sammelt, ist größer als vor einem Jahr.

- 3 Die normalverteilte Zufallsgröße X hat den Erwartungswert 19 und die Standardabweichung 3. Für eine weitere Zufallsgröße C , die natürliche Zahlen als Werte annimmt, gilt
- ♦ $P(C = 0) = P(X \leq 0,5)$ sowie
 - ♦ $P(C = k) = P(k - 0,5 \leq X \leq k + 0,5)$ für $k \in \mathbb{N}$ und $k \geq 1$.

- a Berechnen Sie $P(C = 20)$.

Betrachtet wird ein Einkauf mit einem Warenwert von 95,00 € bis 99,99 €. Bei diesem Einkauf wird davon ausgegangen, dass die an der Kasse auf Wunsch ausgegebenen Treuepunkte in zufälliger Anzahl von einer Rolle abgerissen werden. Dabei beschreibt die Zufallsgröße C die Anzahl der ausgegebenen Treuepunkte.

- b Gemäß dem Modell ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei dem betrachteten Einkauf 1000 Treuepunkte ausgegeben werden, größer als 0. Begründen Sie, dass diese Tatsache kein Argument gegen die Verwendung des beschriebenen Modells ist.

- c Das Management der Supermarktkette nimmt an, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 50 % bei einem beliebigen Einkauf die Anzahl der tatsächlich ausgegebenen Treuepunkte von der dem Warenwert entsprechenden Anzahl an Treuepunkten um höchstens zwei abweicht. Beurteilen Sie, ob die Annahme des Managements bei dem betrachteten Einkauf zutrifft.

3

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
1	a $P_{0,75}^{10}(A < 8) \approx 47,4 \%$	2
	b Wegen $P_{0,75}^{10}(A = 6) = P_{0,25}^{10}(B = 4)$ entspricht in Abbildung 1 der Wert für $k = 4$ der gesuchten Wahrscheinlichkeit.	2
2	a $0,75 \cdot 0,8 = 0,6 < \frac{400\,000}{500\,000}$ Die Anzahl der Personen, die weiblich sind und Treuepunkte sammeln, ist kleiner als 400 000.	3
	b $0,75 \cdot 0,2 + 0,25 \cdot (1 - a) = 0,3 \Leftrightarrow a = 0,4$	3
	c Die Aussage ist wahr. Mit dem Term $\frac{0,75 \cdot 0,2}{0,75 \cdot 0,2 + 0,25 \cdot (1 - a)}$ kann die beschriebene Wahrscheinlichkeit berechnet werden. Wenn der Wert von a steigt, dann nimmt der Wert des Nenners ab und der Wert des Quotienten zu.	3
3	a $P(C = 20) = P(19,5 \leq X \leq 20,5) \approx 12,5 \%$	2
	b Gemäß dem Modell ist die Wahrscheinlichkeit für diesen unrealistischen Fall verschwindend gering.	2
	c $P(17 \leq C \leq 21) = P(16,5 \leq X \leq 21,5) \approx 59,5 \%$ Die Annahme des Managements trifft bei dem betrachteten Einkauf zu.	3
		20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	2			I		I	I	X		
b	2	II	II		II		II		X	
2 a	3		I	I			I	X		
b	3		I	II	II	II			X	
c	3	III	II	II		II	III			X
3 a	2				II	I			X	
b	2	II		II			II		X	
c	3	II	III	III		II	III			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.