

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2026

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	AG/LA (A2)	WTR

1 Aufgabe

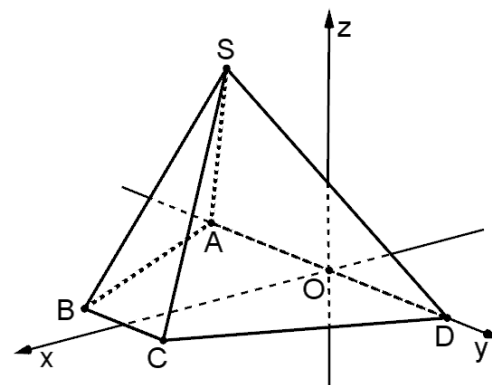
Die Abbildung zeigt die Pyramide ABCDS mit $A(0|-3|0)$, $B(4|-1|0)$, $C(4|1|0)$, $D(0|3|0)$ und $S(2|0|4)$.

a Zeigen Sie, dass die Grundfläche ABCD ein Trapez ist, und berechnen Sie das Volumen der Pyramide.

b Bestimmen Sie die Größe des Winkels, den die Kanten $\overline{CD}$ und $\overline{CS}$ einschließen.

Die Ebene L mit der Gleichung $-2x + y + 4 = 0$ schneidet die Kante $\overline{CD}$ im Punkt H.

c Berechnen Sie die Koordinaten von H.



(zur Kontrolle: $H(2,8|1,6|0)$)

Die Pyramide ABCDS wird um die Gerade CD um einen Winkel der Größe 360° gedreht. Dabei durchläuft die Spitze einen Kreis.

d Begründen Sie, dass dieser Kreis in der Ebene L liegt und H der Mittelpunkt des Kreises ist.

BE

4

3

4

4

¹ Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

- e Der Kreis, den die Spitze der Pyramide beschreibt, hat den Radius $\sqrt{19,2}$. Beurteilen Sie folgende Aussage:

5

Während des Drehvorgangs gibt es eine Position der Pyramide, bei der ihre Spitze die y-Koordinate 5,6 hat.

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
a $\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ sind kollinear. Volumen: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (6+2) \cdot 4 \cdot 4 = \frac{64}{3}$	4
b $\cos \alpha = \frac{\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}}{\left \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right \cdot \left \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \right } = \frac{6}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{21}}$ liefert $\alpha \approx 73,0^\circ$.	3
c $CD: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $\mu \in \mathbb{R}$ $-2 \cdot 2\mu + 3 - \mu + 4 = 0 \Leftrightarrow \mu = 1,4$ $\overrightarrow{OH} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + 1,4 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,8 \\ 1,6 \\ 0 \end{pmatrix}$	4
d Da $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ kollinear zum Normalenvektor $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ von L ist und $-2 \cdot 2 + 0 + 4 = 0$ gilt, verläuft L senkrecht zur Gerade CD und enthält S. Damit liegt der Kreis in L. Dessen Mittelpunkt liegt folglich sowohl auf CD als auch in L und ist somit H.	4
e Annahme: Es gibt einen Punkt $S'(x_S 5,6 z_S)$ auf dem Kreis um H. Dann liegt S' in L und es gilt: $-2x_S + 5,6 + 4 = 0 \Leftrightarrow x_S = 4,8$ $\overrightarrow{HS'} = \left \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ z_S \end{pmatrix} \right = \sqrt{2^2 + 4^2 + z_S^2} = \sqrt{20 + z_S^2}$	5

Dies führt wegen $\sqrt{20 + z_S^2} > \sqrt{19,2}$ zu einem Widerspruch.
Die Aussage ist falsch.

20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	4	I			I	I		X		
b	3		II			II			X	
c	4		II			II			X	
d	4	II	II		II		II		X	
e	5	III	III		III	III	II			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.