

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2026

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	AG/LA (A2)	MMS

1 Aufgabe

Abbildung 1 zeigt den Körper ABCDEF mit den Eckpunkten $A(2|0|-0,5)$, $B(3|5|-0,5)$, $C(-3|5|-0,5)$, $D(-2|0|-0,5)$, $E(2|5|1)$ und $F(-2|5|1)$. Dieser stellt modellhaft eine aus dem Wasser ragende Sprungschanze für Wasserski dar. Das Viereck AEFD beschreibt den sogenannten Schanzentisch, die xy-Ebene stellt die Wasseroberfläche dar. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Meter in der Realität.

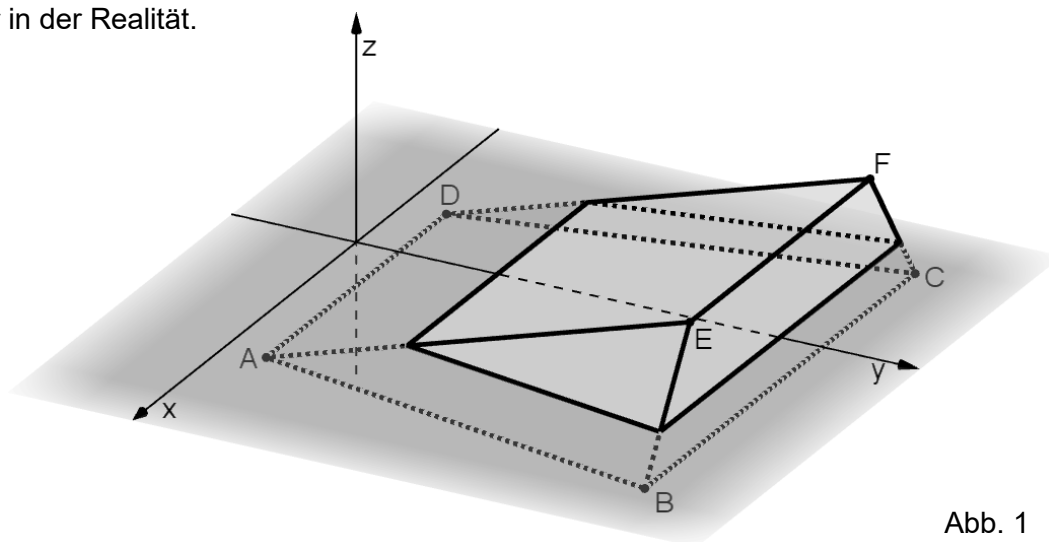


Abb. 1

- a Das Viereck AEFD ist ein Parallelogramm. Zeigen Sie, dass es auch ein Rechteck ist.

BE

2

¹ Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

b Begründen Sie, dass die yz -Ebene eine Symmetrieebene des Körpers ABCDEF ist. 2

c Für eine reelle Zahl k ist der Vektor $\begin{pmatrix} k \\ 3 \\ -10 \end{pmatrix}$ ein Normalenvektor der Ebene, in der das Rechteck AEFD liegt. Begründen Sie ohne Rechnung, dass $k = 0$ ist. 2

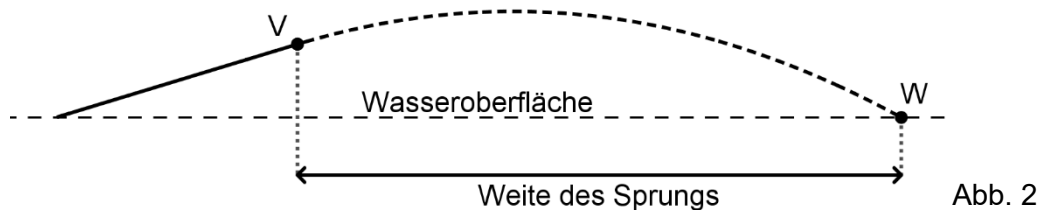
d Bestimmen Sie die Größe des Winkels, unter dem der Schanzentisch gegenüber der Wasseroberfläche geneigt ist. 3

e Der Teil des Schanzentischs, der sich oberhalb der Wasseroberfläche befindet, soll als Werbefläche genutzt werden. Die folgende Aussage stellt den ersten Schritt der Bestimmung des Flächeninhalts dieser Werbefläche dar: 4

$$\text{Mit } \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -0,5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 1,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \text{ ergibt sich } r = \frac{1}{3}.$$

Geben Sie die Bedeutung dieses Wertes $\frac{1}{3}$ für r im Sachzusammenhang an und berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Werbefläche.

Ein Wasserskifahrer fährt den Schanzentisch geradlinig hinauf, bis er die Kante erreicht, die im Modell der Strecke $\overline{EF}$ entspricht. Der anschließende Sprung beginnt an dieser Kante und endet auf der Wasseroberfläche. Insgesamt legen die Füße des Wasserskifahrers einen Weg zurück, der im Modell als Kurve in einer Ebene beschrieben werden kann, die senkrecht zur xy -Ebene liegt und mit L bezeichnet wird. Die Ebene L kann durch die Gleichung $10x - 3y = 0$ dargestellt werden. Die Orte des Absprungs und des Auftreffens auf der Wasseroberfläche werden im Modell durch die Punkte V bzw. W beschrieben. In Abbildung 2 ist die Kurve in der Ebene L dargestellt; die eingetragene Weite des Sprungs ist die Länge einer Strecke, die im Modell ebenfalls in der Ebene L liegt.



f Beurteilen Sie, ob der Wasserskifahrer so über den Schanzentisch fährt, dass sein Weg im Modell in der Symmetrieebene des Körpers ABCDEF verläuft. 2

g Im gegebenen Koordinatensystem wird der beschriebene Weg beim Sprung durch die Punkte $(0, 3a \mid a \mid -0,05 \cdot (a - 2,61) \cdot (a - 13,39))$ mit geeigneten Werten von a dargestellt. Von Interesse ist die Weite des Sprungs, die in Abbildung 2 veranschaulicht ist. Bestimmen Sie die Weite des Sprungs auf zehntel Meter gerundet. 5

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
a $\overrightarrow{AE} \circ \overrightarrow{AD} = 0$	2
b Die Koordinaten der Punkte A und D unterscheiden sich nur im Vorzeichen der x-Koordinate. Dies gilt ebenso für die Punktpaare E und F sowie B und C.	2
c Die Ebene, in der das Rechteck AEFD liegt, steht senkrecht zur yz-Ebene. Damit ist jeder Normalenvektor dieser Ebene ein Richtungsvektor der yz-Ebene.	2
d $\cos \alpha = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}$ liefert $\alpha \approx 16,7^\circ$.	3
e Für $r = \frac{1}{3}$ ergibt sich, dass ein Drittel der Kante des Schanzentischs, die durch die Strecke $\overline{AE}$ beschrieben wird, sich im Wasser befindet. Flächeninhalt in Quadratmetern: $\frac{2}{3} \cdot \overline{AE} \cdot \overline{EF} \approx 13,92$	4
f Da L nicht mit der yz-Ebene übereinstimmt, ist dies nicht der Fall.	2
g $-0,05 \cdot (a - 2,61) \cdot (a - 13,39) = 0$ liefert $a = 13,39$ und damit $W(4,017 \mid 13,39 \mid 0)$. $V'(1,5 \mid 5 \mid 0)$ beschreibt den Ort auf der Wasseroberfläche, der sich unter dem Ort des Absprungs befindet. $ \overline{V'W} \approx 8,8$ Die Weite des Sprungs beträgt etwa 8,8 m.	5
	20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	2	I				I		X		
b	2	I	I		I		I	X		
c	2	II	II				II		X	
d	3			I		II			X	
e	4		II	I	II	I			X	
f	2	I		II	II		I		X	
g	5		III	II	III	II				X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.