

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2025

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Stochastik	WTR

1 Aufgabe

Bei einer Naturkostkette besitzen die meisten Kundinnen und Kunden ein Konto für On-line-Bestellungen. Im Folgenden werden ausschließlich diese Personen betrachtet. 72 % der Personen sind jünger als 50 Jahre. 18 % der Personen sind jünger als 50 Jahre und wohnen nicht in einer Großstadt. Der Anteil der Personen, die in einer Großstadt wohnen, beträgt 75 %. Es soll davon ausgegangen werden, dass in einer zufälligen Auswahl von Personen die Anzahl derjenigen, die in einer Großstadt wohnen, binomialverteilt ist.

a Stellen Sie den Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. 3

b Beurteilen Sie die folgende Aussage: 3

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person entweder in einer Großstadt wohnt oder nicht jünger als 50 Jahre ist, ist kleiner als 60 %.

c Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses wie folgt berechnet werden kann: 3

$$\sum_{k=40}^{110} \binom{160}{k} \cdot 0,75^k \cdot 0,25^{160-k}$$

Geben Sie die Bedeutung des Terms im Sachzusammenhang an.

BE

¹ Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

Die Naturkostkette produziert Gläser mit veganem Brotaufstrich. Diese Gläser werden in Kisten verpackt; jede Kiste enthält 50 Gläser. Für die Naturkostkette belaufen sich die Gesamtkosten auf 2,00 € pro Glas.

Ein Glas weist mit einer Wahrscheinlichkeit von 10 % einen optischen Mangel auf. Die Naturkostkette legt daher generell für die Bezahlung einer gelieferten Kiste Folgendes fest:

- ♦ Wenn höchstens sechs Gläser diesen Mangel aufweisen, so muss für die Kiste der vollständige Preis bezahlt werden.
- ♦ Wenn genau sieben oder genau acht Gläser diesen Mangel aufweisen, so muss für die Kiste der halbe Preis bezahlt werden.
- ♦ Wenn mehr als acht Gläser diesen Mangel aufweisen, so muss für die Kiste nichts bezahlt werden.

Die in den folgenden Teilaufgaben aufgeführten Näherungswerte für Wahrscheinlichkeiten sollen bei Verwendung in weiteren Rechnungen als exakte Werte betrachtet werden.

- d** Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer der Produktion entnommenen Kiste höchstens sechs Gläser den Mangel aufweisen, etwa 0,77 beträgt. 2
- e** Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einer der Produktion entnommenen Kiste genau sieben oder genau acht Gläser diesen Mangel aufweisen, beträgt etwa 0,17. Es wird davon ausgegangen, dass bei jeder Lieferung alle Gläser von der Kundin bzw. vom Kunden überprüft werden und die Anzahl der Gläser mit diesem Mangel der Naturkostkette wahrheitsgemäß rückgemeldet wird. Ermitteln Sie den geringsten Preis pro Glas mit veganem Brotaufstrich auf Cent genau, so dass die Naturkostkette im Mittel einen Gewinn von mindestens 0,50 € pro Glas erwarten kann. 4

15

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

					BE
a		J	$\bar{J}$	J: „Die Person ist jünger als 50 Jahre.“ G: „Die Person wohnt in einer Großstadt.“	3
	G	0,54	0,21	0,75	
	$\bar{G}$	0,18	0,07	0,25	
		0,72	0,28	1	
b	Die Aussage ist falsch, da $0,54 + 0,07 = 0,61 > 0,6$.				3
c	Zufallsexperiment: 160 Personen werden zufällig ausgewählt.				3

	Mit dem Term kann die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet werden, dass von 160 zufällig ausgewählten Personen mindestens 40 und höchstens 110 Personen in einer Großstadt wohnen.	
d	X: Anzahl der Gläser in der Kiste, die den Mangel aufweisen $P_{0,1}^{50}(X \leq 6) \approx 0,77$	2
e	x: Preis für ein Glas in € $(x - 2) \cdot 0,77 + (0,5 \cdot x - 2) \cdot 0,17 - 2 \cdot (1 - 0,77 - 0,17) \geq 0,5$ $\Leftrightarrow 0,855 \cdot x - 2 \geq 0,5$ $\Leftrightarrow x \geq \frac{500}{171} \approx 2,9239$ Preis pro Glas: 2,93 €	4
		15

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3		I		I	I		X		
b	3	II		II	I		II		X	
c	3		II		I		II		X	
d	2			I		I		X		
e	4	II	III	II		II	III			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.