

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2025

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Analysis	WTR

1 Aufgabe

1 Abbildung 1 zeigt den Graphen G_f der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion

$$f: x \mapsto \frac{1}{3}x^3 - 2x + 4.$$

G_f ist symmetrisch bezüglich des Punkts $(0|4)$.

- a Berechnen Sie die Extremstellen von f und geben Sie das Monotonieverhalten von f an.

Die Tangente an G_f im Punkt $P(3|f(3))$ wird mit t bezeichnet.

- b Bestimmen Sie rechnerisch eine Gleichung von t . Zeichnen Sie den Punkt P und die Tangente t in Abbildung 1 ein.

(zur Kontrolle: $t: y = 7x - 14$)

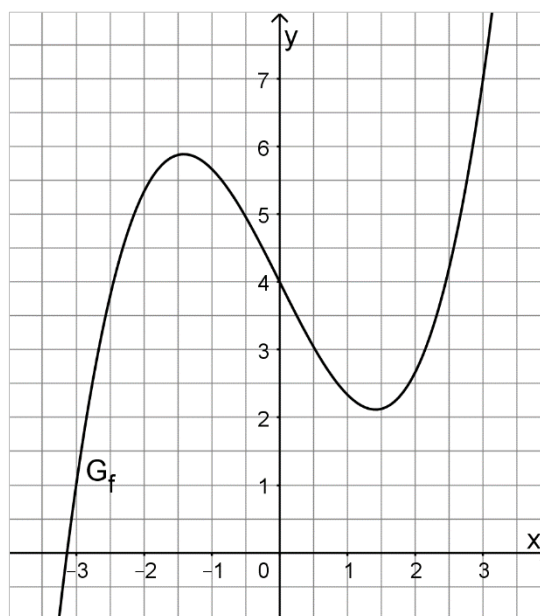


Abb. 1

BE

4

5

¹ Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

c Es gilt für alle $x \in \mathbb{R}$:

$$f(x) - (7x - 14) = \frac{1}{3} \cdot (x - 3)^2 \cdot (x + 6)$$

Begründen Sie mithilfe dieses Zusammenhangs, dass t und G_f neben P genau einen weiteren gemeinsamen Punkt besitzen.

d Betrachtet wird die Gleichung $\int_k^{k+1} f(x) dx = 4$ mit $k \in \mathbb{R}$.

Es gibt eine Zahl k mit $-1,5 \leq k \leq 1,5$, die eine Lösung dieser Gleichung ist.

Geben Sie – ohne weitere Rechnung – diese Zahl an und begründen Sie Ihre Angabe mithilfe geeigneter Eintragungen in Abbildung 1.

2 Die Länge einer Fahrstrecke, die ein Elektroauto mit vollständig geladener Batterie ohne erneutes Aufladen unter bestimmten Bedingungen zurücklegen kann, wird als Nennreichweite des Elektroautos bezeichnet und ist für jedes Elektroauto ein fester Wert. Die tatsächliche Reichweite hängt von vielen Faktoren ab; im Folgenden wird ausschließlich die Abhängigkeit von der Außentemperatur betrachtet.

Diese Abhängigkeit kann für eine Vielzahl von Elektroautos modellhaft im Intervall $[-12; 36]$ durch eine Funktion r beschrieben werden. Dabei ist x die Außentemperatur in $^{\circ}\text{C}$ und $r(x)$ der Quotient aus der tatsächlichen Reichweite eines Elektroautos und dessen Nennreichweite. Abbildung 2 zeigt den Graphen der Funktion r .

Hat also r beispielsweise für eine bestimmte Außentemperatur den Wert $0,6$, so beträgt die tatsächliche Reichweite eines Elektroautos bei dieser Außentemperatur 60 % seiner Nennreichweite.



Abb. 2

Im Folgenden werden nur Temperaturen im Bereich von -12°C bis 36°C sowie Elektroautos betrachtet, bei denen der durch die Funktion r beschriebene Zusammenhang gilt.

a Geben Sie anhand von Abbildung 2 die Koordinaten des Hochpunkts des Graphen von r an. Beschreiben Sie die Bedeutung des Hochpunkts und seiner Koordinaten im Sachzusammenhang.

b Es gibt Außentemperaturen, bei denen die tatsächliche Reichweite eines Elektroautos größer ist als seine Nennreichweite. Bestimmen Sie mithilfe von Abbildung 2 den entsprechenden Temperaturbereich.

3

5

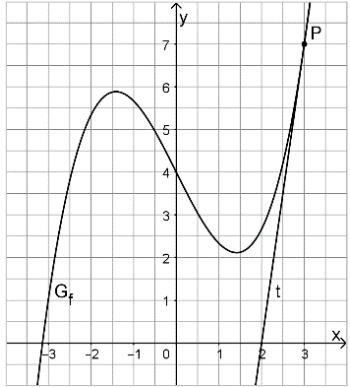
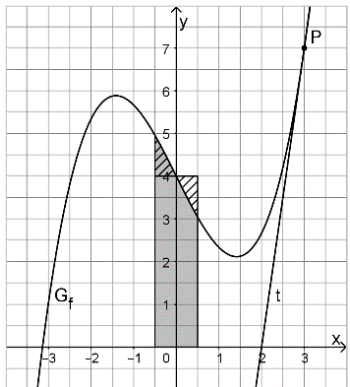
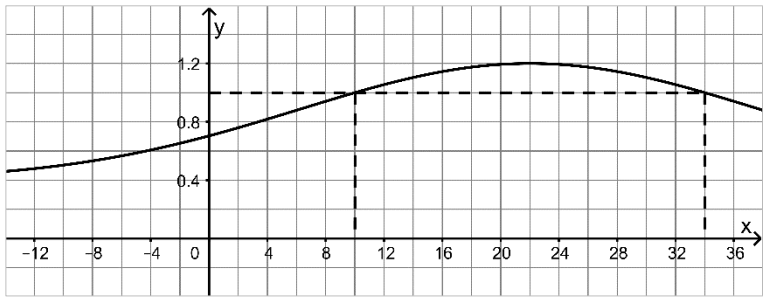
4

4

25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
1	a $f'(x) = x^2 - 2$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\sqrt{2} \vee x = \sqrt{2}$ f ist monoton zunehmend für $x \leq -\sqrt{2}$ und $x \geq \sqrt{2}$ sowie monoton abnehmend für $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$.	4
	b $f'(3) = 7$; $f(3) = 7$ $7 = 7 \cdot 3 + n \Leftrightarrow n = -14$ $t: y = 7x - 14$ 	5
	c $f(x) = 7x - 14 \Leftrightarrow f(x) - (7x - 14) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot (x - 3)^2 \cdot (x + 6) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = -6$	3
	d $k = -\frac{1}{2}$ Aufgrund der Symmetrie von G_f haben die beiden schraffierten Flächen gleichen Inhalt; daher entspricht der Wert des Integrals $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} f(x) dx$ dem Inhalt der Fläche eines Rechtecks der Länge 4 und der Breite 1. 	5
2	a (22 1,2) Die größte tatsächliche Reichweite liegt bei einer Außentemperatur von 22 °C vor. Diese beträgt das 1,2-Fache der Nennreichweite.	4
	b  Der gesuchte Temperaturbereich erstreckt sich von etwa 10 °C bis etwa 34 °C.	4
		25

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	4				I	I		X		
b	5		I		I	I		X		
c	3	II	II			II			X	
d	5	II	II		III		II			X
2 a	4			II	I		II		X	
b	4		I	II	I				X	

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.