

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2025

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Analysis	MMS

1 Aufgabe

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{100} \cdot (x - 6) \cdot e^{-0,17x+6}$.

a Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunkts des Graphen von f mit der y -Achse sowie das Verhalten von f für $x \rightarrow -\infty$ und $x \rightarrow +\infty$ an. 3

b Im Folgenden wird die Lösung zu einer Aufgabenstellung in Bezug auf den Graphen von f dargestellt: 3

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{302}{17}$$

$$f'''(\frac{302}{17}) \neq 0$$

$$f'(\frac{302}{17}) < 0$$

Geben Sie die sich daraus ergebenden Eigenschaften des Graphen von f im Punkt $(\frac{302}{17} | f(\frac{302}{17}))$ an.

c Der Graph von f schließt mit den beiden Koordinatenachsen eine Fläche ein. Die Fläche soll durch eine Gerade, die parallel zur y -Achse verläuft, in zwei gleich große Teilflächen zerlegt werden. Bestimmen Sie eine Gleichung dieser Gerade. 4

Ein Mobilfunkanbieter betreibt eine Hotline, die an jedem Tag 24 Stunden erreichbar ist. Die Wartezeit eines Anrufers dieser Hotline ist abhängig vom Zeitpunkt des Anrufs. Durch die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion w mit $w(x) = 100 \cdot f(x) = (x - 6) \cdot e^{-0,17x+6}$ kann die Wartezeit an einem bestimmten Tag für die Zeitpunkte von 8:00 Uhr bis einschließlich

¹ Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

22:00 Uhr beschrieben werden. Dabei bezeichnet x den Zeitpunkt des Anrufs in Stunden nach 0:00 Uhr und $w(x)$ die Wartezeit in Sekunden. Nimmt w beispielsweise an der Stelle 10,25 den Wert von etwa 300 an, so beträgt die Wartezeit für einen Anruf um 10:15 Uhr etwa 300 Sekunden.

d Berechnen Sie die Wartezeit für einen Anruf um 9:00 Uhr. 4

Ein anderer Anruf erfolgt später als 9:00 Uhr und hat eine Wartezeit von 200 Sekunden. Bestimmen Sie rechnerisch die Uhrzeit dieses Anrufs.

e Ermitteln Sie rechnerisch für den Zeitraum von 8:00 Uhr bis einschließlich 22:00 Uhr den Zeitpunkt eines Anrufs, zu dem die Wartezeit am längsten ist, und den Zeitpunkt eines Anrufs, zu dem die Wartezeit am kürzesten ist. 6

f Die Abbildung zeigt den Graphen von w für $8 \leq x \leq 22$. 5

Für reelle Zahlen a und b mit $8 \leq a < b \leq 22$ gilt:

Wenn $\int_a^b (250 - w(x)) dx = 0$ ist, so beträgt die durchschnittliche Wartezeit für

Anrufe zwischen den durch a und b gegebenen Zeitpunkten 250 Sekunden.

Bestimmen Sie durch geeignete Eintragungen in der Abbildung jeweils einen möglichen Wert für a und b , sodass zwischen den zugehörigen Zeitpunkten die durchschnittliche Wartezeit 250 Sekunden beträgt. Beschreiben Sie Ihr Vorgehen.

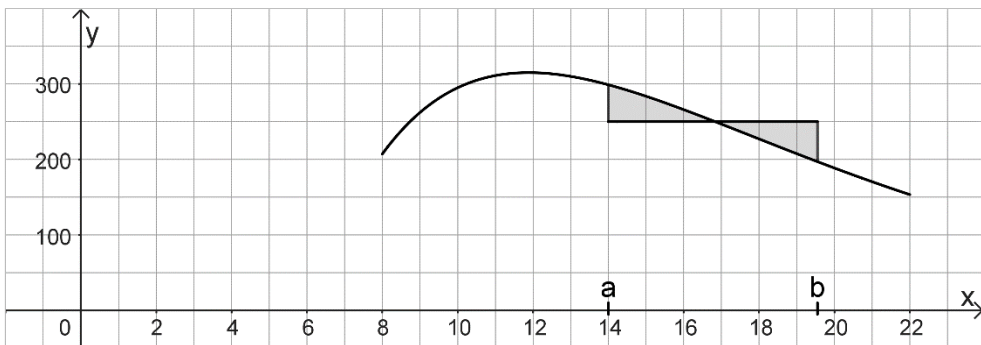


25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
a $\left(0 \mid -\frac{3}{50}e^6\right)$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$	3
b Der Graph von f hat im Punkt $\left(\frac{302}{17} \mid f\left(\frac{302}{17}\right)\right)$ einen Wendepunkt und eine negative Steigung.	3

c	Für $0 \leq a \leq 6$ hat die Gleichung $\int_0^6 f(x) dx = 2 \cdot \int_0^a f(x) dx$ die Lösung a_1 mit $a_1 \approx 1,39$. Damit ist $x = a_1$ eine Gleichung der Gerade.	4
d	$w(9) \approx 262$; Wartezeit: etwa 262 Sekunden $w(x) = 200$ liefert $x \approx 19,39$; gesuchter Zeitpunkt: etwa 19:23 Uhr	4
e	$w'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{202}{17}$ $w(\frac{202}{17}) \approx 314,81$; $w(8) \approx 207,09$; $w(22) \approx 153,33$ längste Wartezeit: etwa 11,88 h nach 0:00 Uhr kürzeste Wartezeit: 22:00 Uhr	6
f	 $a \approx 14$ und $b \approx 19,5$ ♦ Ausschnitt der Gerade $g: y = 250$ einzeichnen ♦ Auf der x-Achse Stellen a und b markieren, sodass die Fläche zwischen dem Graphen von w, der Gerade g sowie den Geraden mit den Gleichungen $x = a$ und $x = b$ aus zwei Flächenstücken gleichen Inhalts besteht	5
		25

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	3					I		X		
b	3	II			II		I		X	
c	4		II			II	I		X	
d	4	I		I		I		X		
e	6	II	II	I		II	I		X	
f	5		III	II	III		II			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.