

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2025

Aufgaben für das Fach Mathematik

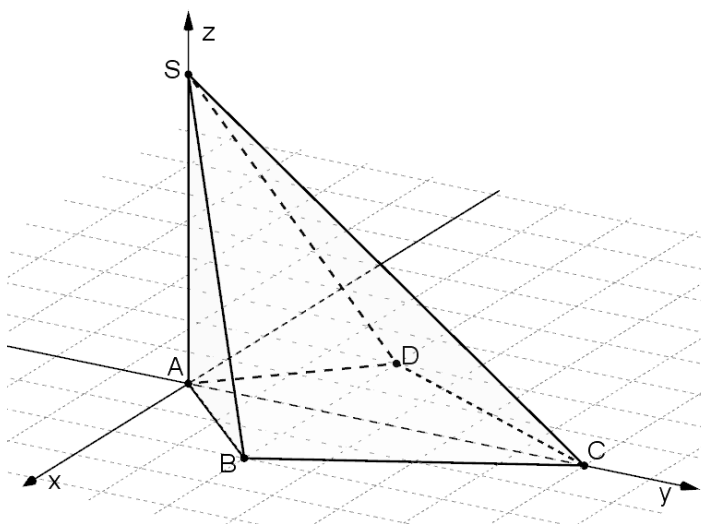
Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A2)	WTR

1 Aufgabe

Die Abbildung zeigt die Pyramide ABCDS. Ihre Grundfläche ABCD ist ein Drachenviereck mit den Eckpunkten $A(0|0|0)$, $B(2|2|0)$, $C(0|6|0)$ und $D(-2|2|0)$. Die Spitze der Pyramide liegt im Punkt $S(0|0|6)$.

- a** Berechnen Sie die Länge der kürzesten und die Länge der längsten der acht Kanten sowie das Volumen der Pyramide ABCDS.



Die Seitenfläche BCS der Pyramide liegt in der Ebene E.

- b** Ermitteln Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform.

(zur Kontrolle: $2x + y + z = 6$)

- c** Bestimmen Sie die Größe des Winkels, den die Ebene E mit der xy-Ebene einschließt.

BE

5

4

3

¹ Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

- d Der Punkt B wird nun so parallel zur y-Achse verschoben, dass für den dadurch entstehenden Punkt B' gilt:

Das Viereck AB'CD hat in B' einen rechten Innenwinkel.

Um die Koordinaten von B' zu bestimmen, kann folgender Ansatz verwendet werden:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ y-6 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

Erläutern Sie diesen Ansatz.

3
15

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
a größte Kantenlänge: $\overline{CS} = \begin{vmatrix} 0 \\ -6 \\ 6 \end{vmatrix} = 6\sqrt{2}$; kleinste Kantenlänge: $\overline{AB} = \begin{vmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{vmatrix} = 2\sqrt{2}$ Inhalt der Grundfläche der Pyramide: $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12$ Volumen der Pyramide: $\frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 6 = 24$	5
b $\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \overline{BC}; \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix} = \overline{BS}$ $\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} = 0 \wedge \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow -2n_1 + 4n_2 = 0 \wedge -2n_1 - 2n_2 + 6n_3 = 0$ Der Ansatz $n_2 = 1$ liefert $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ als einen Normalenvektor von E. Somit hat E eine Gleichung der Form $2x + y + z = d$. Aus $B \in E$ ergibt sich $d = 6$.	4
c $\cos \alpha = \frac{\begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} \circ \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$ liefert $\alpha \approx 65,9^\circ$.	3
d Die Koordinaten von B' können in der Form $(2 y 0)$ geschrieben werden.	3

Damit gilt $\begin{pmatrix} 2 \\ y \\ 0 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB'}$ und $\begin{pmatrix} 2 \\ y-6 \\ 0 \end{pmatrix} = \overrightarrow{CB'}$.

Wenn das Skalarprodukt $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{CB'}$ gleich null ist, dann ist der Winkel zwischen den Vektoren $\overrightarrow{AB'}$ und $\overrightarrow{CB'}$ ein rechter Winkel.

15

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	5		I		I	I		X		
b	4	II			I	II			X	
c	3		I		I	II			X	
d	3	II	III		III	II	II			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.