

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2025

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A2)	MMS

1 Aufgabe

Betrachtet wird ein gerades Prisma mit den Eckpunkten A, B, C, D, E und F. Seine Grundfläche ist das Dreieck ABC.

$A(-2|0|0)$, $B(2|0|0)$,
 $C(0|8|0)$, $D(-2|0|4)$,
 $E(2|0|4)$, $F(0|8|4)$

- a Abbildung 1 zeigt die Kante $\overline{BC}$ des Prismas. Zeichnen Sie das Prisma in Abbildung 1 ein und berechnen Sie das Volumen des Prismas.

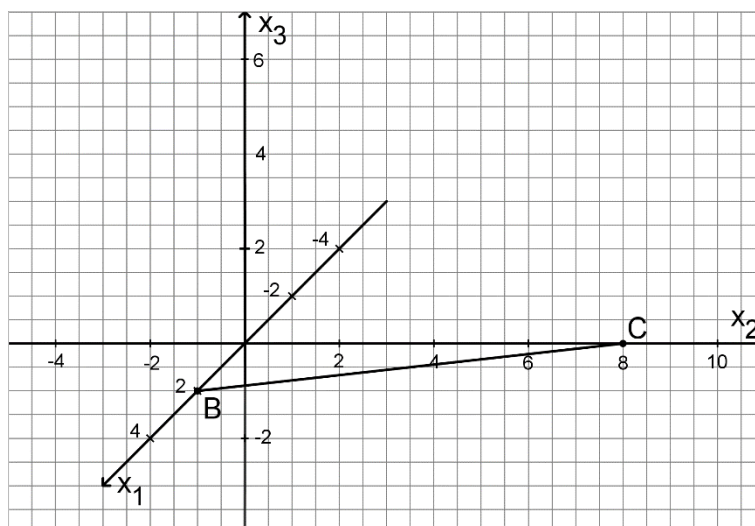


Abb. 1

- b Die Seitenfläche BCFE liegt in der Ebene H. Bestimmen Sie eine Gleichung von H in Koordinatenform.

(zur Kontrolle: $4x_1 + x_2 = 8$)

¹ Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

- c Die Ebene H liegt parallel zu einer der drei Koordinatenachsen. Geben Sie diese Achse an und begründen Sie Ihre Angabe anhand der Gleichung dieser Ebene.

2

Im Folgenden wird die Gerade g mit der Gleichung $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$ betrachtet.

Des Weiteren wird der Punkt F durch den Punkt $F_t(0 | t | 12 - t)$ mit $0 < t \leq 8$ ersetzt.

Für jeden Wert von t liegt der Punkt F_t auf der Gerade g (vgl. Abbildung 2).

Mit M wird der Mittelpunkt der Basis $\overline{DE}$ des gleichschenkligen Dreiecks EF_tD bezeichnet.

- d Zeigen Sie rechnerisch, dass für $t = 4$ die Strecke $\overline{MF_t}$ senkrecht auf der Gerade g steht.

- e Begründen Sie ohne Rechnung, dass der Flächeninhalt des Dreiecks EF_tD für $t = 4$ am kleinsten ist.

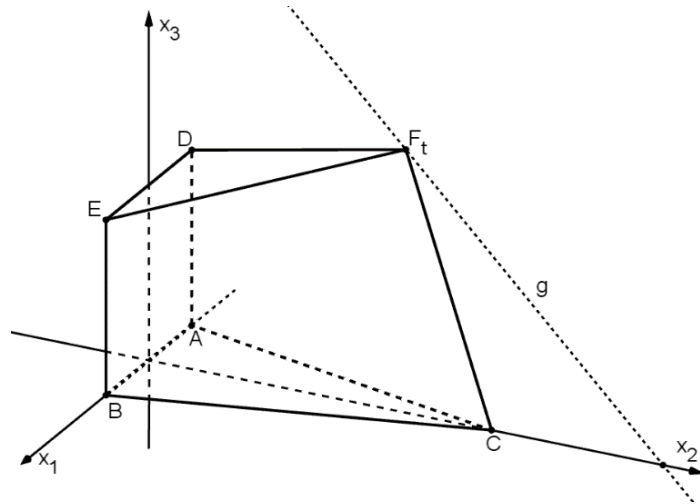


Abb. 2

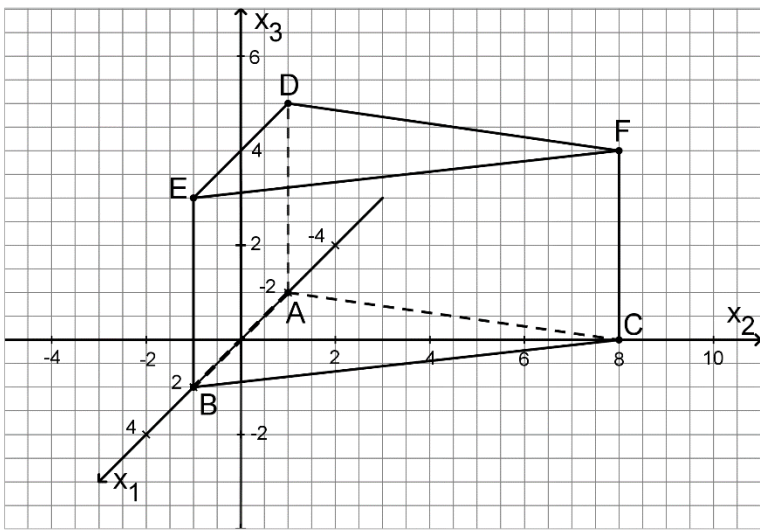
2

3

15

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
a	 Volumen: $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 \cdot 4 = 64$	5

b	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \circ \vec{n} = 0 \wedge \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \vec{n} = 0 \text{ liefert } \vec{n} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ als Normalenvektor von H.}$ Somit hat H eine Gleichung der Form $8x_1 + 2x_2 = d$. Aus $B \in H$ ergibt sich $d = 16$.	3
c	x_3-Achse In der Gleichung von H ist der Koeffizient zu x_3 gleich 0.	2
d	$\overrightarrow{MF_4} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}; \overrightarrow{MF_4} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$	2
e	Für jedes t ist $\overline{DE}$ die Basis und $\overline{MF_t}$ die Höhe des gleichschenkligen Dreiecks EF_tD. Da $\overline{MF_t}$ für $t = 4$ senkrecht auf g steht, besitzt das Dreieck EF_tD für diesen Wert von t die kleinste Höhe und somit den kleinsten Flächeninhalt.	3
		15

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	5		I		I	I		X		
b	3					II			X	
c	2	I			I		II		X	
d	2	II	II			I			X	
e	3	III	II		II		III			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.