

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2025

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	Stochastik	WTR

1 Aufgabe

1 Bei einer Naturkostkette besitzen die meisten Kundinnen und Kunden ein Konto für Online-Bestellungen. Im Folgenden werden ausschließlich diese Personen betrachtet. 72 % der Personen sind jünger als 50 Jahre. 18 % der Personen sind jünger als 50 Jahre und wohnen nicht in einer Großstadt. Der Anteil der Personen, die in einer Großstadt wohnen, beträgt 75 %. Es soll davon ausgegangen werden, dass in einer zufälligen Auswahl von Personen die Anzahl derjenigen, die in einer Großstadt wohnen, binomialverteilt ist.

a Stellen Sie den Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar.

b Beurteilen Sie die folgende Aussage:

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person in einer Großstadt wohnt und nicht jünger als 50 Jahre ist, ist etwa halb so groß wie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person entweder in einer Großstadt wohnt oder nicht jünger als 50 Jahre ist.

c Es werden 160 Personen zufällig ausgewählt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass weniger als drei Viertel dieser Personen in einer Großstadt wohnen.

2 Eine Abfüllanlage der Naturkostkette füllt veganen Brotaufstrich in Gläser ab, auf denen als Füllmenge „250 g“ aufgedruckt ist. Die tatsächliche Füllmenge kann jedoch

BE

3

4

2

¹ Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

von der auf dem Glas aufgedruckten Füllmenge abweichen. Um festzulegen, welche Abweichungen der tatsächlichen von der aufgedruckten Füllmenge toleriert werden, wird die sogenannte Minusabweichung verwendet. Bei einer aufgedruckten Füllmenge von 250 Gramm beträgt die Minusabweichung 4,5 Gramm.

Die Gläser können gemäß einer Richtlinie mit der in der Abbildung 1 dargestellten Füllmengenkennzeichnung versehen werden, wenn drei Bedingungen erfüllt sind. Diese können modellhaft wie folgt formuliert werden:



Abb. 1

Die tatsächliche Füllmenge der Gläser in Gramm wird als Zufallsgröße betrachtet.

Bedingung I: Der Erwartungswert der tatsächlichen Füllmenge in Gramm liegt nicht unter der aufgedruckten Füllmenge.

Bedingung II: Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die tatsächliche Füllmenge in Gramm von der aufgedruckten Füllmenge um mindestens eine Minusabweichung nach unten abweicht, beträgt höchstens 6 %.

Bedingung III: Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die tatsächliche Füllmenge in Gramm von der aufgedruckten Füllmenge um mindestens zwei Minusabweichungen nach unten abweicht, beträgt höchstens 0,2 %.

- a** Die tatsächliche Füllmenge der Gläser ist normalverteilt mit der Dichtefunktion

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-250}{\sigma}\right)^2}, \text{ wobei } x \text{ die tatsächliche Füllmenge eines Glases in}$$

Gramm beschreibt. Untersuchen Sie, ob jede der drei Bedingungen erfüllt ist.

- b** Eine weitere Produktion von Gläsern mit einer aufgedruckten Füllmenge von 250 Gramm stammt von einer anderen Abfüllanlage für vegane Brotaufstriche. Die tatsächliche Füllmenge in Gramm ist normalverteilt mit den Parametern $\mu = 250$ und σ .

Begründen Sie, dass die folgende Aussage richtig ist:

Wenn diese Produktion die Bedingung II erfüllt, dann erfüllt sie auch die Bedingung III.

5

6

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

					BE															
1	a	<table><tr><td></td><td>J</td><td>$\bar{J}$</td><td></td></tr><tr><td>G</td><td>0,54</td><td>0,21</td><td>0,75</td></tr><tr><td>$\bar{G}$</td><td>0,18</td><td>0,07</td><td>0,25</td></tr><tr><td></td><td>0,72</td><td>0,28</td><td>1</td></tr></table>		J	$\bar{J}$		G	0,54	0,21	0,75	$\bar{G}$	0,18	0,07	0,25		0,72	0,28	1	J: „Die Person ist jünger als 50 Jahre.“ G: „Die Person wohnt in einer Großstadt.“	3
	J	$\bar{J}$																		
G	0,54	0,21	0,75																	
$\bar{G}$	0,18	0,07	0,25																	
	0,72	0,28	1																	
	b	Die Aussage ist falsch, da $0,54 + 0,07 = 0,61$ deutlich größer ist als $2 \cdot 0,21$.			4															
	c	X: Anzahl der Personen, die in einer Großstadt wohnen $P_{0,75}^{160}(X \leq 119) \approx 0,46$			2															
2	a	Y: Tatsächliche Füllmenge des Glases in Gramm Es gilt $\mu = 250$. Damit ist Bedingung I erfüllt. Es gilt zudem $\sigma = 2$. Damit ist wegen $P(Y \leq 245,5) \approx 0,012 < 0,06$ Bedingung II und wegen $P(Y \leq 241) \approx 0,000003 < 0,002$ Bedingung III erfüllt.			5															
	b	Z: Tatsächliche Füllmenge des Glases in Gramm Z ist normalverteilt mit den Parametern $\mu = 250$ und σ . Aus $P(Z < 245,5) < 0,06$ erhält man durch systematisches Probieren, dass $\sigma < 3$ ist. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine mit dem Erwartungswert von 250 und einer Standardabweichung von 3 normalverteilte Zufallsgröße Werte im Intervall $]-\infty; 241]$ annimmt, beträgt etwa 0,00135 . $P(Z < 241) < 0,00135 < 0,002$			6															
					20															

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	3		I		I	I		X		
b	4	II		II	I		II		X	
c	2		I	I		I		X		
2 a	5	II		II	II	I	II		X	
b	6	III	II	III		II	II			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.