

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2025

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

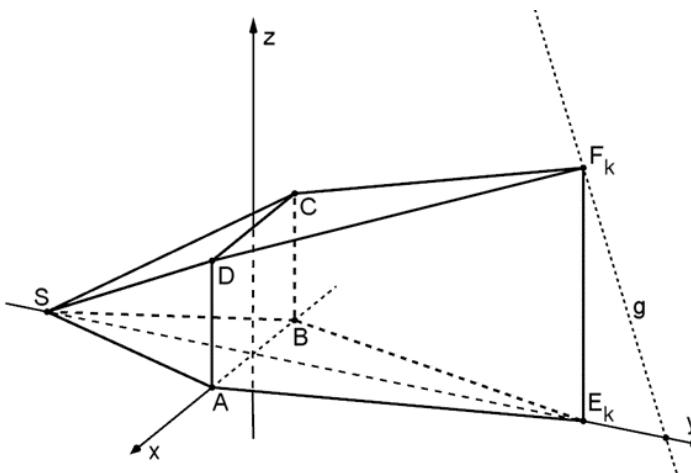
Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	AG/LA (A2)	MMS

1 Aufgabe

Betrachtet werden die Punkte $A(2|0|0)$, $B(-2|0|0)$, $C(-2|0|3)$, $D(2|0|3)$, $S(0|-5|0)$, $E_k(0|k|0)$ und $F_k(0|k|30-3k)$ mit $0 < k \leq 10$.

Die Abbildung zeigt einen zusammengesetzten Körper, der aus der Pyramide ABCDS und einem Körper ABCDE_kF_k besteht.

- a** Das Viereck ABCD ist ein Rechteck. Untersuchen Sie, ob ABCD auch ein Quadrat ist. Berechnen Sie das Volumen der Pyramide ABCDS.
 - b** Jeder Punkt F_k liegt auf der Gerade q (vgl. Abbildung).



Geben Sie den Ortsvektor eines Punkts auf g an und zeigen Sie, dass $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ ein

Richtungsvektor von g ist.

¹ Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

c	Begründen Sie, dass die xz-Ebene für keinen Wert von k eine Symmetrieebene des zusammengesetzten Körpers ist.	3
d	Die Punkte C, D und S liegen in der Ebene L. Bestimmen Sie eine Gleichung von L in Koordinatenform. Ermitteln Sie den Wert von k , für den der Eckpunkt F_k ebenfalls in L liegt.	5
e	Im Dreieck DF_kC wird der Innenwinkel im Punkt F_k betrachtet. Ermitteln Sie denjenigen Wert von k , für den die Größe dieses Winkels maximal ist, und erläutern Sie Ihren Lösungsweg.	6
		20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
a	Wegen $\vec{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{BC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ sind nicht alle Seiten gleich lang und somit ist ABCD kein Quadrat. Volumen der Pyramide ABCDS: $\frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 = 20$	4
b	Ortsvektor des Punkts F_1 : $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 27 \end{pmatrix}$; $\vec{F_1F_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$	2
c	Der Körper ABCDS ist eine Pyramide mit der Höhe 5. Der Körper $ABCDE_kF_k$ ist nur für $k = 10$ eine Pyramide. Da diese Pyramide die Höhe 10 besitzt, ist der zusammengesetzte Körper nicht symmetrisch bezüglich der xz-Ebene.	3
d	$\vec{CD} \circ \vec{n} = 0 \wedge \vec{CS} \circ \vec{n} = 0$ liefert $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ als Normalenvektor von L. Somit hat L eine Gleichung der Form $-3y + 5z = d$. Aus $S \in L$ folgt $d = 15$. Einsetzen der Koordinaten von F_k in die Ebenengleichung ergibt $k = 7,5$.	5

e	<p>Das Dreieck DF_kC ist gleichschenklig mit der Basis \overline{CD}. Mit M wird der Mittelpunkt von \overline{CD} bezeichnet. Der Winkel an der Spitze ist umso größer, je kleiner die Höhe MF_k des Dreiecks ist. Diese Höhe wird minimal, wenn der Vektor MF_k senkrecht zum Richtungsvektor der Gerade g steht.</p> <p>Aus $\begin{pmatrix} 0 \\ k \\ 27 - 3k \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} = 0$ folgt $k = 8,1$.</p>	6
		20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	
a	4	I	I			I		
b	2		II		I	I		
c	3	II			I		II	
d	5	II	II			I		
e	6	III	III		II	II	III	X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.