Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen

KULTUSMINISTER KONFERENZ

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2025

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet[1]	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	AG/LA (A1)	WTR

1 Aufgabe

BE

1 Die Kunden eines Pay-TV-Anbieters können zwischen drei Varianten von Abonnements (Abo) wählen: dem Kino-Abo (K), dem Premium-Abo (P) und dem Sport-Abo (S). Im Folgenden werden 3000 Kunden betrachtet, die zu jeder Zeit genau ein Abo haben und die jeweils zu Beginn eines Quartals die Abo-Variante wechseln können.

Die Verteilung dieser Kunden auf die drei Abo-Varianten kann durch Vektoren der Form $\begin{pmatrix} k \\ p \\ s \end{pmatrix}$ dargestellt werden, wobei k, p und s die Anzahlen der Kunden mit der Abo-Variante K, P bzw. S bezeichnen. Die Entwicklung der Kundenverteilung von einem Quartal n zum nächsten lässt sich modellhaft durch die Gleichung $\overrightarrow{v_{n+1}} = M \cdot \overrightarrow{v_n}$ mit $M = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0 \\ 0,3 & 0,8 & 0,5 \\ 0,1 & 0,1 & 0,5 \end{pmatrix}$ beschreiben.

a Beschreiben Sie die Bedeutung der Einträge 0 und 0,8 in der Matrix M im Sachzusammenhang. — 2

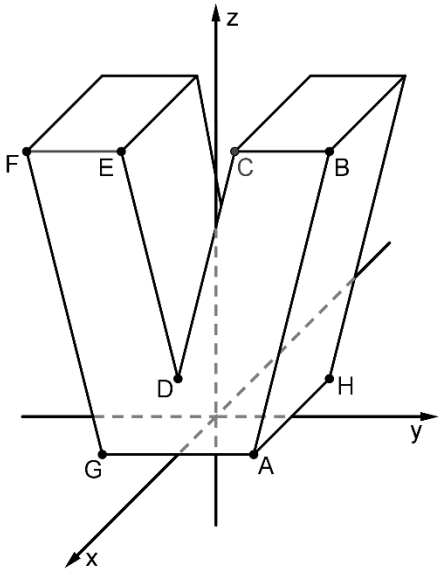
b Es gibt eine Kundenverteilung, die sich von einem Quartal zum nächsten nicht mehr ändert. Untersuchen Sie, ob bei dieser Verteilung mehr als 60 % der Kunden die Abo-Variante P haben. — 5

[1] Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

c Es gilt: $\frac{1}{4}\cdot\begin{pmatrix}7 & -1 & 1\\ -2 & 6 & -6\\ -1 & -1 & 9\end{pmatrix}\cdot M=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ 6

Zu Beginn eines Quartals haben genauso viele Kunden die Abo-Variante K wie die Abo-Variante P. Bestimmen Sie die größtmögliche Anzahl von Kunden, die zu Beginn des vorausgegangenen Quartals die Abo-Variante K hatten.

2 Der Pay-TV-Anbieter plant, eine Skulptur vor der Firmenzentrale aufzustellen. In einem Koordinatensystem wird die Skulptur durch ein gerades Prisma dargestellt. Die Abbildung zeigt das gerade Prisma, bei dem das Vieleck mit den sieben Eckpunkten A, B, C, D, E, F und G die Grundfläche bildet sowie H ein weiterer Eckpunkt ist. Dabei gilt $A(1|1|0)$, $B(1|2|4)$ und $D(1|0|1)$.
Das gerade Prisma ist sowohl zur xz-Ebene als auch zur yz-Ebene symmetrisch.



a Geben Sie die Koordinaten der Punkte F und H an. 3

b Der Punkt C besitzt die folgenden drei Eigenschaften: 4

- Die x-Koordinate von C ist 1.
- Die z-Koordinate von C ist 4.
- Die Kanten $\overline{AB}$ und $\overline{DC}$ sind parallel.

Bestimmen Sie die y-Koordinate von C.

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

			BE
1	**a**	Der Eintrag 0 bedeutet, dass von einem Quartal zum nächsten kein Kunde vom Sport-Abo zum Kino-Abo wechselt. Der Eintrag 0,8 bedeutet, dass von einem Quartal zum nächsten 80 % der Kunden mit einem Premium-Abo bei diesem bleiben.	2

	b	$\begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0 \\ 0,3 & 0,8 & 0,5 \\ 0,1 & 0,1 & 0,5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k \\ p \\ 3000-k-p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k \\ p \\ 3000-k-p \end{pmatrix}$ liefert das folgende lineare Gleichungssystem: I $\quad 0,6k+0,1p=k$ II $\quad 0,3k+0,8p+1500-0,5k-0,5p=p$ III $\quad 0,1k+0,1p+1500-0,5k-0,5p=3000-k-p$ Aus I folgt $-0,4k+0,1p=0$ und aus II folgt $0,4k+1,4p=3000$. Nach Addition dieser beiden Gleichungen ergibt sich $1,5p=3000$ und damit $p=2000>1800$. Es haben mehr als 60 % der Kunden die Abo-Variante P.	5
	c	Kundenverteilung im betrachteten Quartal: $\begin{pmatrix} x \\ x \\ 3000-2x \end{pmatrix}$ mit $0 \le x \le 1500$ Kundenverteilung im vorausgegangenen Quartal: $\frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 7 & -1 & 1 \\ -2 & 6 & -6 \\ -1 & -1 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ x \\ 3000-2x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+750 \\ 4x-4500 \\ 6750-5x \end{pmatrix}$ Es gilt: $x+750 \le 3000 \ \wedge \ 4x-4500 \le 3000 \ \wedge \ 0 \le 6750-5x \ \Leftrightarrow \ x \le 1350$ Da es im vorausgegangenen Quartal $x+750$ Kunden mit Abo-Variante K gibt, haben somit zu diesem Zeitpunkt höchstens 2100 Kunden Abo-Variante K.	6
2	**a**	$F(1\mid -2\mid 4)$, $H(-1\mid 1\mid 0)$	3
	b	$C(1\mid y\mid 4)$ $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 0 \\ y \\ 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ y \\ 3 \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \ \Leftrightarrow \ k=\frac{3}{4} \ \wedge \ y=\frac{3}{4}$	4
			20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	2			I	I		I	X		
b	5	I	II	II		II	I		X	
c	6	II	III	III		II	II			X
2 a	3		I		I			X		
b	4		II	I		II			X	

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster[2] vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

[2] Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.