

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2024

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Stochastik	WTR

1 Aufgabe

- 1** Eine umfassende Studie zu den Arbeits- und Lebensbedingungen von Studierenden einer Universität ergab, dass 56 % der Studierenden einen Laptop und 33 % einen Desktop-PC besitzen. 72 % der Studierenden haben mindestens eines dieser beiden Endgeräte.

Unter den Studierenden der Universität wird eine Person zufällig ausgewählt und zum Besitz von digitalen Endgeräten befragt. Folgende Ereignisse werden betrachtet:

L: „Die Person besitzt einen Laptop.“

D: „Die Person besitzt einen Desktop-PC.“

- a** Zeigen Sie, dass $P(\bar{L} \cap \bar{D}) = 0,28$ gilt, und geben Sie das zugrundeliegende Ereignis im Sachzusammenhang an.

- b** Stellen Sie den Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die zufällig ausgewählte Person zwar einen Laptop, jedoch keinen Desktop-PC besitzt.

- c** Nun wird unter allen Befragten, die einen Desktop-PC haben, eine Person zufällig ausgewählt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese einen Laptop besitzt.

BE

3

4

2

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

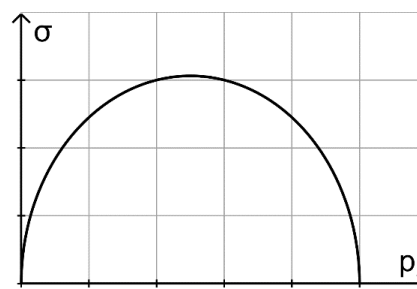
2 In derselben Studie wurde auch festgestellt, dass 68 % der Besitzer von Laptops und Desktop-PCs bei einem Software-Problem versuchen, dieses selbstständig zu lösen. Unter den Besitzern dieser Endgeräte werden 900 Personen zufällig ausgewählt. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl derjenigen unter diesen 900 Personen, die versuchen, ein Software-Problem selbstständig zu lösen. Dabei wird X als binomialverteilt angenommen.

a Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass höchstens 70 % dieser 900 Personen bei einem Software-Problem versuchen, dieses selbstständig zu lösen.

b Berechnen Sie den Erwartungswert μ von X und ermitteln Sie die kleinste mögliche natürliche Zahl k , sodass $P(\mu - k \leq X \leq \mu) \geq 30\%$ gilt.

3 Für binomialverteilte Zufallsgrößen mit den Parametern $n = 15000$ und p ist in der Abbildung die Standardabweichung σ in Abhängigkeit von p dargestellt.

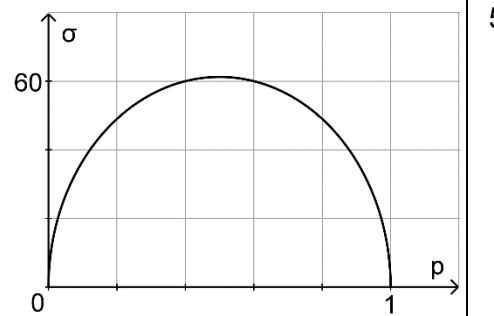
Ergänzen Sie im dargestellten Koordinatensystem die Skalierungen der Achsen und erläutern Sie Ihr Vorgehen.



2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

					BE																
1	a	$P(\bar{L} \cap \bar{D}) = 1 - 0,72 = 0,28$ Ereignis: Die ausgewählte Person besitzt weder einen Laptop noch einen Desktop-PC.			3																
	b	<table><tr><td></td><td>D</td><td>$\bar{D}$</td><td></td></tr><tr><td>L</td><td>0,17</td><td>0,39</td><td>0,56</td></tr><tr><td>$\bar{L}$</td><td>0,16</td><td>0,28</td><td>0,44</td></tr><tr><td></td><td>0,33</td><td>0,67</td><td>1</td></tr></table> $P(L \cap \bar{D}) = 0,39$		D	$\bar{D}$		L	0,17	0,39	0,56	$\bar{L}$	0,16	0,28	0,44		0,33	0,67	1			4
	D	$\bar{D}$																			
L	0,17	0,39	0,56																		
$\bar{L}$	0,16	0,28	0,44																		
	0,33	0,67	1																		
	c	$P_D(L) = \frac{0,17}{0,33} \approx 0,52$			2																
2	a	$0,7 \cdot 900 = 630$; $P_{0,68}^{900}(X \leq 630) \approx 0,91$			2																
	b	$\mu = 0,68 \cdot 900 = 612$ Aus $P_{0,68}^{900}(601 \leq X \leq 612) \approx 0,307$ und $P_{0,68}^{900}(602 \leq X \leq 612) \approx 0,287$ folgt $k = 11$.			4																

3	Der kleinste Wert für die Wahrscheinlichkeit p ist 0, der größte Wert ist 1. Zu jedem Wert von p lässt sich die Standardabweichung σ berechnen, beispielsweise für $p = 0,4$: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{15000 \cdot 0,4 \cdot 0,6} = 60$	 5
		20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	3	II		II			II		X	
b	4				I	I	I	X		
c	2		II	II		I	I		X	
2 a	2		I	I		I		X		
b	4		II		II	II			X	
3	5	III	III		II		II			X

Anzahl ² der Bewertungseinheiten im		
Anforderungsbereich I	Anforderungsbereich II	Anforderungsbereich III
6	9	5

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

² Die Ermittlung der Anzahlen erfolgt ausschließlich auf der Grundlage der Spalten „BE“ und „Anforderungsbereich“ in der vorhergehenden Tabelle.

Bei jeder Aufgabe zum Prüfungsteil B liegen die Anzahlen der Bewertungseinheiten – abhängig vom Anforderungsniveau – in den Bereichen, die der folgenden Tabelle zu entnehmen sind:

Anforderungsniveau	erhöht			grundlegend		
Anforderungsbereich	I	II	III	I	II	III
Anzahl der BE	5 - 6	11 - 13	7 - 8	6 - 7	8 - 10	4 - 5

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.