

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2024

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	Stochastik	WTR

1 Aufgabe

	BE
1 Bei einer Studie über das Kaufverhalten von Kunden einer Baumarktkette werden ausschließlich Kunden, die sich registrieren ließen, betrachtet. Aus dem Kreis dieser Kunden wird eine Person zufällig ausgewählt. Betrachtet werden folgende Ereignisse: T: „Die Person ist sogenannter Treuekunde, d. h. sie ist bereits länger als fünf Jahre ein registrierter Kunde der Baumarktkette.“ M: „Die Person ist sogenannter Morgenkunde, d. h. sie kauft überwiegend vor 10 Uhr ein.“ Bei dieser Studie wurde festgestellt, dass 60 % aller Kunden Treuekunden und 20 % aller Kunden Morgenkunden sind. a Es gilt $P(\bar{T} \cap M) = 0,05$. Interpretieren Sie diese Gleichung im Sachzusammenhang. b Stellen Sie den Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. c Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die ausgewählte Person entweder ein Treuekunde oder ein Morgenkunde ist. d Untersuchen Sie, ob die Ereignisse T und M stochastisch unabhängig sind.	2 3 2 3

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

2 Im Rahmen einer Werbeaktion wird in einem Baumarkt der Kette ein Gewinnspiel mit einem Glücksrad angeboten. Das Glücksrad besteht aus gleich großen Sektoren, von denen einige mit 5 und die anderen mit 2 beschriftet sind. Bei diesem Gewinnspiel dreht eine Person zweimal das Glücksrad. Das Produkt der beiden dabei erzielten Zahlen entspricht dem Rabatt in Prozent, der dieser Person beim nächsten Einkauf gewährt wird. Die Wahrscheinlichkeit dafür, in beiden Drehungen die Zahl 5 zu erzielen, beträgt $\frac{1}{36}$ und die Wahrscheinlichkeit dafür, den kleinstmöglichen Rabatt zu erzielen, beträgt $\frac{25}{36}$.

a Stellen Sie das dem Gewinnspiel zugrundeliegende Zufallsexperiment in einem beschrifteten Baumdiagramm dar.

3

b Betrachtet werden sieben Personen, die nacheinander jeweils einmal am Gewinnspiel teilnehmen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei genau viermal der kleinstmögliche Rabatt erzielt wird und dies bei vier Personen unmittelbar hintereinander.

3

c Um die Werbeaktion attraktiver zu gestalten, setzt die Geschäftsführung des Baumarkts ein anderes Glücksrad ein, das ebenfalls zweimal gedreht wird. Dieses hat ebenfalls mehrere Sektoren, von denen einige mit 5 und die anderen mit 2 beschriftet sind. Durch Änderung der Größen der Sektoren kann jedoch die Wahrscheinlichkeit q dafür, beim einmaligen Drehen die Zahl 5 zu erzielen, variiert werden. Der Rabatt, der einer Person beim nächsten Einkauf gewährt wird, wird auf gleiche Weise wie bisher ermittelt.

4

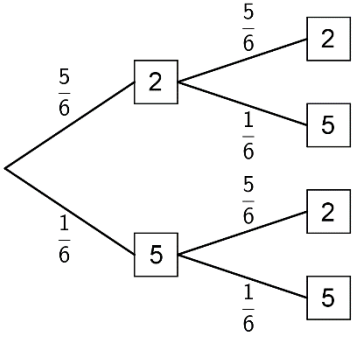
Zeigen Sie, dass die Gleichung $9q^2 + 12q - 5 = 0$ denjenigen Wert für q liefert, mit dem beim Gewinnspiel mit diesem Glücksrad auf lange Sicht im Mittel ein Rabatt von 9 % zu erwarten ist.

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

					BE	
1	a	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die ausgewählte Person ein Morgenkunde und kein Treuekunde ist, beträgt 5 %.				2
	b		T	$\bar{T}$		3
		M	0,15	0,05	0,2	
		$\bar{M}$	0,45	0,35	0,8	
			0,6	0,4	1	
	c	$P(T \cap \bar{M}) + P(\bar{T} \cap M) = 0,45 + 0,05 = 50 \%$				2

	d $P_T(M) = \frac{0,15}{0,6} = 25\%$; $P(M) = 20\%$ Aufgrund der Ungleichheit der beiden Wahrscheinlichkeiten sind T und M nicht stochastisch unabhängig.	3
2 a		3
	b $4 \cdot \left(\frac{25}{36}\right)^4 \cdot \left(\frac{11}{36}\right)^3 \approx 2,7\%$	3
	c $4 \cdot (1-q)^2 + 2 \cdot 10 \cdot q \cdot (1-q) + 25 \cdot q^2 = 9$ $\Leftrightarrow 4 - 8q + 4q^2 + 20q - 20q^2 + 25q^2 = 9$ $\Leftrightarrow 9q^2 + 12q - 5 = 0$	4
		20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	2			I			II		X	
b	3				I		I	X		
c	2	II				I			X	
d	3			II		I	II		X	
2 a	3			I	I		I	X		
b	3		II	II		I			X	
c	4	II	III	II		II				X

Anzahl ² der Bewertungseinheiten im		
Anforderungsbereich I	Anforderungsbereich II	Anforderungsbereich III
6	10	4

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Die Ermittlung der Anzahlen erfolgt ausschließlich auf der Grundlage der Spalten „BE“ und „Anforderungsbereich“ in der vorhergehenden Tabelle.

Bei jeder Aufgabe zum Prüfungsteil B liegen die Anzahlen der Bewertungseinheiten – abhängig vom Anforderungsniveau – in den Bereichen, die der folgenden Tabelle zu entnehmen sind:

Anforderungsniveau	erhöht			grundlegend		
Anforderungsbereich	I	II	III	I	II	III
Anzahl der BE	5 - 6	11 - 13	7 - 8	6 - 7	8 - 10	4 - 5

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.