

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2024

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A2)	WTR

1 Aufgabe

Gegeben sind das gerade Prisma ABCDEF mit den Eckpunkten $C(0|0|0)$, $D(6|0|5)$, $E(0|8|5)$ und $F(0|0|5)$ sowie der Punkt $M(3|4|5)$ (vgl. Abbildung 1).

- Berechnen Sie den Inhalt der Oberfläche des Prismas.
- Begründen Sie, dass die Punkte D, E und F auf einem Kreis mit dem Mittelpunkt M liegen.

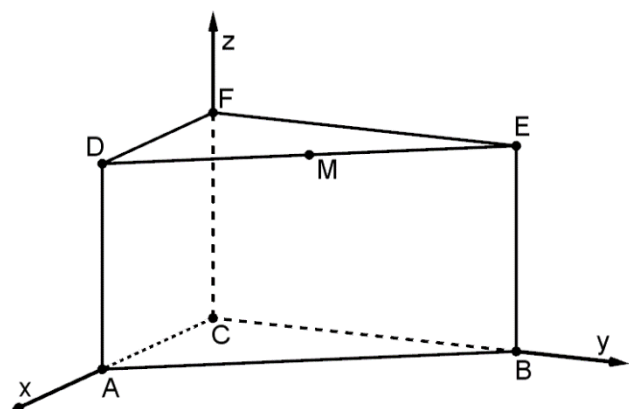


Abb. 1

BE

4

3

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

- c Die Ebene W enthält die Punkte M , F und $S(7,5|0|0)$ (vgl. Abbildung 2). Bestimmen Sie eine Gleichung von W in Koordinatenform.

(zur Kontrolle: $4x - 3y + 6z = 30$)

- d Im Folgenden sind zwei Schritte der Lösung einer Aufgabe angegeben, die im Zusammenhang mit den betrachteten geometrischen Objekten steht:

(1) $P(6|0|r)$ mit $0 \leq r \leq 5$

(2) $4 \cdot 6 - 3 \cdot 0 + 6 \cdot r = 30$

Geben Sie eine passende Aufgabenstellung an.

Anstelle des Punkts S werden nun Punkte $S_t(t|0|0)$ mit $t \geq 0$ auf der x -Achse betrachtet. Für jeden Wert von t schneidet die Ebene durch die Punkte M , F und S_t das Prisma $ABCDEF$ in einem Vieleck.

- e Geben Sie die Anzahl der Ecken des Vielecks in Abhängigkeit von t an sowie alle Werte von t , für die das Vieleck zwei Symmetrieachsen besitzt.
- f Bestimmen Sie denjenigen Wert von t , für den das Dreieck MFS_t im Punkt M rechtwinklig ist.

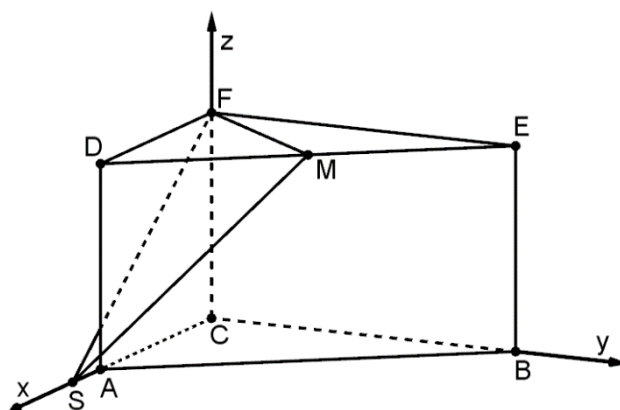


Abb. 2

4

2

4

3

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
a Oberflächeninhalt: $6 \cdot 8 + 5 \cdot (6 + 8 + \sqrt{6^2 + 8^2}) = 168$	4
b Wegen $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE})$ ist M der Mittelpunkt der Strecke $\overline{DE}$. Da das Dreieck DEF in F rechtwinklig ist, liegen D , E und F auf dem Thaleskreis über $\overline{DE}$.	3
c Mit $W: ax + by + cz = 30$ ergibt sich aus $F, M, S \in W$ das Gleichungssystem I $5c = 30$ II $3a + 4b + 5c = 30$ III $7,5a = 30$. Aus I und III folgt $c = 6$ bzw. $a = 4$. Aus II ergibt sich $12 + 4b + 30 = 30$ und schließlich $b = -3$.	4
d Bestimmen Sie die Koordinaten des Punkts der Strecke $\overline{AD}$, der in der Ebene W liegt.	2

e	$0 \leq t < 6$: vier Ecken $t \geq 6$: drei Ecken zwei Symmetrieachsen: $t = 0$	4
f	$\overrightarrow{MF} \circ \overrightarrow{MS}_t = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} t-3 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow -3t + 9 + 16 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{25}{3}$	3
		20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	4				I	I		X		
b	3	I	I		I			X		
c	4		II			II			X	
d	2	II			II	II	II		X	
e	4		III		III		III			X
f	3		II			II			X	

Anzahl ² der Bewertungseinheiten im		
Anforderungsbereich I	Anforderungsbereich II	Anforderungsbereich III
7	9	4

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

² Die Ermittlung der Anzahlen erfolgt ausschließlich auf der Grundlage der Spalten „BE“ und „Anforderungsbereich“ in der vorhergehenden Tabelle.

Bei jeder Aufgabe zum Prüfungsteil B liegen die Anzahlen der Bewertungseinheiten – abhängig vom Anforderungsniveau – in den Bereichen, die der folgenden Tabelle zu entnehmen sind:

Anforderungsniveau	erhöht			grundlegend		
Anforderungsbereich	I	II	III	I	II	III
Anzahl der BE	5 - 6	11 - 13	7 - 8	6 - 7	8 - 10	4 - 5

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.