

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2024

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A2)	MMS

1 Aufgabe

Abbildung 1 zeigt die Pyramide ABCDS mit $A(0|0|0)$, $B(2|0|0)$, $C(2|2|0)$, $D(0|4|0)$ und $S(0|0|3,5)$.

- Begründen Sie, dass die Grundfläche der Pyramide ein Trapez ist. Berechnen Sie das Volumen der Pyramide.
- Zeigen Sie, dass das Dreieck CDS rechtwinklig ist.

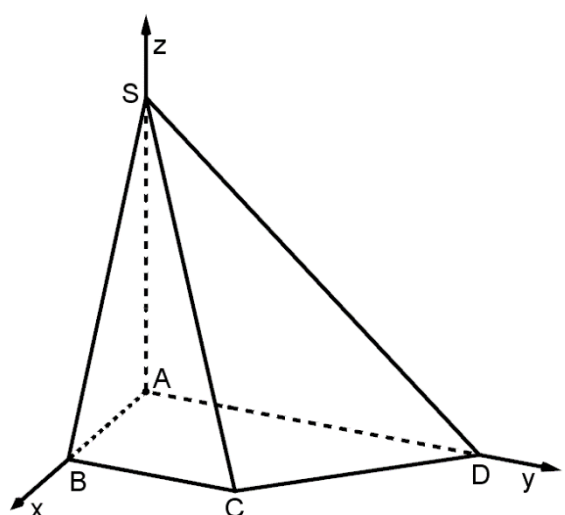


Abb. 1

BE

4

2

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

- c In Abbildung 2 ist ein Teil eines Netzes der Pyramide ABCDS dargestellt. Ergänzen Sie Abbildung 2 so, dass ein vollständiges Netz der Pyramide ABCDS dargestellt ist.

Die Seitenfläche CDS der Pyramide liegt in der Ebene E.

- d Bestimmen Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform.
(zur Kontrolle: $7x + 7y + 8z = 28$)

- e Berechnen Sie die Größe des Winkels zwischen der Ebene E und der Ebene F, in der die Seitenfläche ADS der Pyramide liegt.

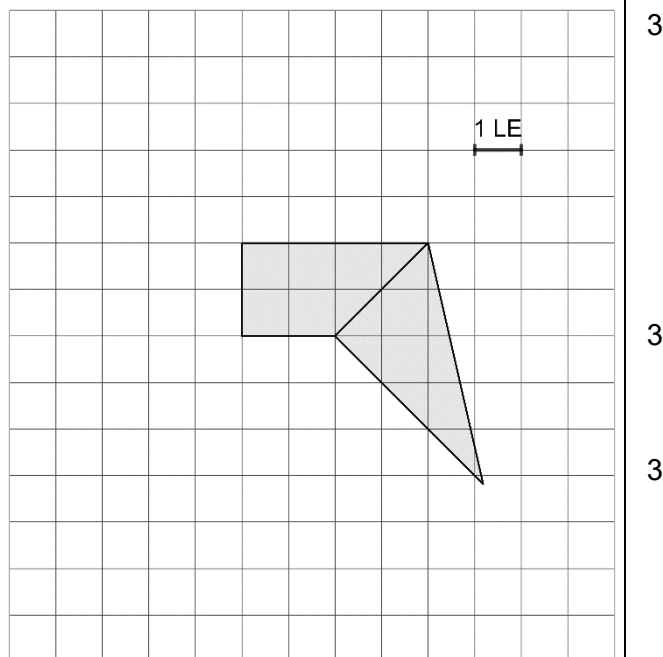


Abb. 2

- f Betrachtet werden die Würfel, von denen drei Seitenflächen in den drei Koordinatenebenen liegen. Abbildung 3 zeigt einen dieser Würfel. Unter diesen Würfeln gibt es einen, bei dem ein Eckpunkt auf der Kante $\overline{CS}$ der Pyramide, aber weder in C noch in S liegt.

Berechnen Sie die Kantenlänge dieses Würfels und begründen Sie, dass kein Punkt dieses Würfels außerhalb der Pyramide liegt.

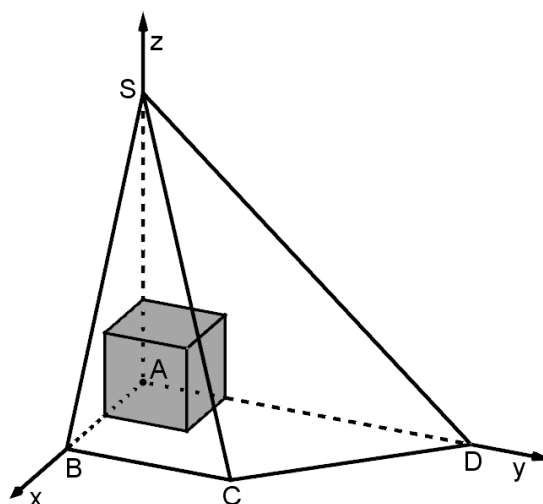
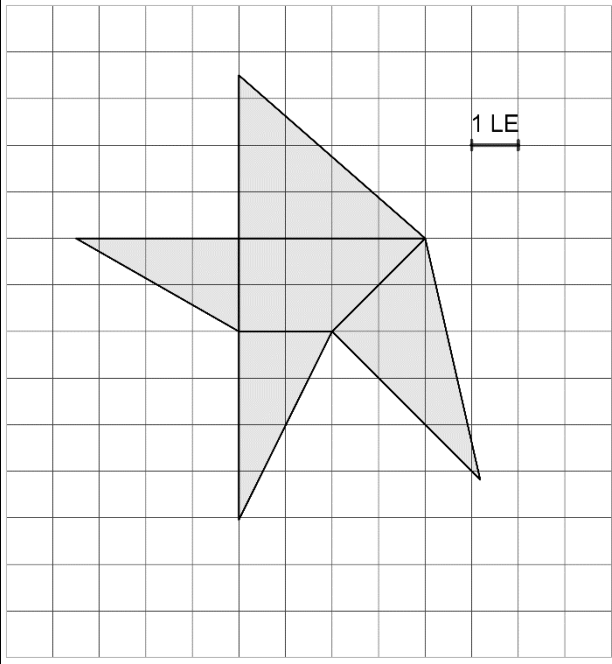


Abb. 3

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
a Sowohl A und D als auch B und C haben jeweils gleiche x-Koordinaten. Damit sind die Seiten $\overline{AD}$ und $\overline{BC}$ zueinander parallel. Volumen: $\frac{1}{3} \cdot \frac{4+2}{2} \cdot 2 \cdot 3,5 = 7$	4

b	$\overrightarrow{CS} \circ \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 3,5 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$	2
c		3
d	$\vec{n} \circ \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \wedge \vec{n} \circ \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 3,5 \end{pmatrix} = 0 \text{ liefert } \vec{n} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} \text{ als Normalenvektor von E.}$ Somit hat E eine Gleichung der Form $7x + 7y + 8z = c$. Mit $S \in E$ ergibt sich $c = 28$.	3
e	$\vec{n} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{m} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ sind Normalenvektoren von E bzw. F.}$ $\cos \alpha = \frac{\vec{n} \circ \vec{m}}{ \vec{n} \cdot \vec{m} } \text{ liefert } \alpha \approx 56,6^\circ.$	3
f	Die Gleichung $\begin{pmatrix} k \\ k \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + d \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 3,5 \end{pmatrix}$ liefert $k = \frac{14}{11}$. Die Kantenlänge des Würfels ist somit $\frac{14}{11}$. In Verbindung mit der Abbildung genügt es zu prüfen, ob der Eckpunkt $\left(\frac{14}{11} \mid 0 \mid \frac{14}{11}\right)$ des Würfels außerhalb der Pyramide liegt. Da die Gleichung $\begin{pmatrix} \frac{14}{11} \\ 0 \\ \frac{14}{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3,5 \end{pmatrix}$ mit $t = \frac{4}{11}$ eine Lösung besitzt, ist dies nicht der Fall.	5
20		

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	4	I			I	I	I	X		
b	2	I			I	I		X		
c	3		II		II				X	
d	3		II			II			X	
e	3		II			II			X	
f	5	III	III		II	II	II			X

Anzahl ² der Bewertungseinheiten im		
Anforderungsbereich I	Anforderungsbereich II	Anforderungsbereich III
6	9	5

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Die Ermittlung der Anzahlen erfolgt ausschließlich auf der Grundlage der Spalten „BE“ und „Anforderungsbereich“ in der vorhergehenden Tabelle.

Bei jeder Aufgabe zum Prüfungsteil B liegen die Anzahlen der Bewertungseinheiten – abhängig vom Anforderungsniveau – in den Bereichen, die der folgenden Tabelle zu entnehmen sind:

Anforderungsniveau	erhöht			grundlegend		
Anforderungsbereich	I	II	III	I	II	III
Anzahl der BE	5 - 6	11 - 13	7 - 8	6 - 7	8 - 10	4 - 5

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.