

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2024

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

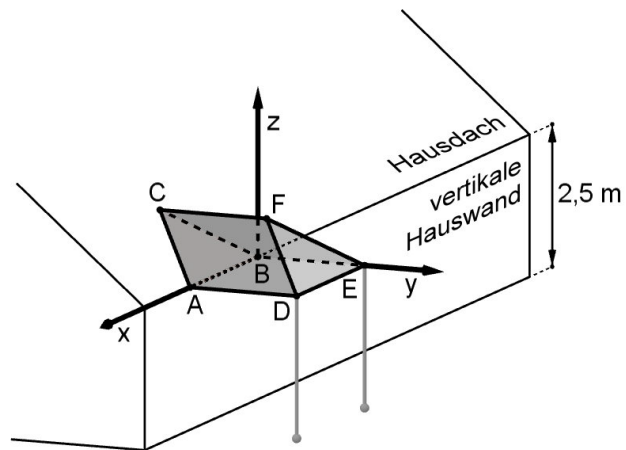
Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
grundlegend	B	AG/LA (A2)	MMS

1 Aufgabe

Die Abbildung zeigt modellhaft eine Eingangsüberdachung, die an einem Hausdach angebracht ist. Die Eingangsüberdachung besteht aus einer dreieckigen und zwei viereckigen Dachflächen, deren Eckpunkte im verwendeten Koordinatensystem durch die Punkte $A(3|0|0)$, $B(0|0|0)$, $C(1,5|-1,2|1)$, $D(3|2|0)$, $E(0|2|0)$ und $F(1,5|0,8|1)$ dargestellt werden. Die Punkte A, B und C markieren Befestigungspunkte am Hausdach. Es gilt $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF}$ und $|\overline{DF}| = |\overline{EF}|$.

Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Meter in der Realität. Alle Materialstärken werden im Folgenden vernachlässigt. Der Übergang vom Hausdach zur vertikalen Hauswand liegt im Modell in der x-Achse.

- a Die beiden viereckigen Dachflächen der Eingangsüberdachung haben jeweils einen Flächeninhalt von etwa $3,6\text{m}^2$. Die Eingangsüberdachung soll mit Dachziegeln gedeckt werden. Bestimmen Sie den Inhalt der zu bedeckenden Fläche.



BE

4

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

- b** Zur Beleuchtung werden an einer Strebe, die im Modell zwischen den Punkten A und E verläuft, zwei Lampen so befestigt, dass deren Befestigungspunkte diese Strebe in drei gleich lange Abschnitte teilen. Bestimmen Sie für einen dieser Befestigungspunkte die Koordinaten im Modell. 2
- c** Die in der Abbildung dargestellte Fläche des Hausdachs liegt im Modell in der Ebene mit der Gleichung $3y + 3,6z = 0$. Bestimmen Sie die Größe des Winkels im Inneren des Hauses zwischen Hausdach und vertikaler Hauswand. Ermitteln Sie für die Ebene, in der die dreieckige Dachfläche der Eingangsüberdachung liegt, eine Gleichung in Koordinatenform. 6
- d** Das Sonnenlicht, das zu einem bestimmten Zeitpunkt auf die Eingangsüberdachung trifft, kann durch parallele Geraden mit dem Richtungsvektor $\begin{pmatrix} -0,9 \\ -1 \\ -0,6 \end{pmatrix}$ beschrieben werden. Erläutern Sie im Sachzusammenhang die Schlussfolgerungen, die in Verbindung mit der Abbildung aus den folgenden Schritten gezogen werden können. 4
- I $\begin{pmatrix} x \\ 0 \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -0,9 \\ -1 \\ -0,6 \end{pmatrix}$ liefert $\lambda = 2$ und somit $(-1,8 \mid 0 \mid -1,2)$.
- II $-1,8 < 0$ und $-2,5 < -1,2 < 0$
- e** Die in der Abbildung dargestellten sechs Punkte A bis F sind die Eckpunkte eines Körpers K, der von fünf Flächen begrenzt wird. K wird von der Ebene mit der Gleichung $y = s$ in einem Vieleck geschnitten, falls $-1,2 < s < 2$ gilt. Geben Sie die Anzahl der Ecken des Vielecks in Abhängigkeit von s an und geben Sie das Intervall aller Werte von s an, so dass die zugehörigen Vielecke alle dieselbe Form und denselben Flächeninhalt besitzen. 4

20

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

	BE
a Mittelpunkt M der Strecke $\overline{DE}$: $M(1,5 \mid 2 \mid 0)$ Mit $\overline{DE} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\overline{MF} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1,2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ergibt sich für den Flächeninhalt des Dreiecks DEF: $\frac{1}{2} \cdot \overline{DE} \cdot \overline{MF} = \frac{3 \cdot \sqrt{61}}{10}$	4

	Wegen $2 \cdot 3,6 + \frac{3 \cdot \sqrt{61}}{10} \approx 9,5$ beträgt der Inhalt der zu bedeckenden Fläche etwa $9,5\text{m}^2$.	
b	Mit $\vec{AE} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ gilt $\vec{OA} + \frac{1}{3} \cdot \vec{AE} = \begin{pmatrix} 2 \\ \frac{2}{3} \\ 0 \end{pmatrix}$.	2
c	$\cos \alpha = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3,6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3,6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}$ liefert $\alpha \approx 40^\circ$. Somit beträgt die Größe des Winkels zwischen Hausdach und vertikaler Hauswand etwa 130° . Die Ebene hat eine Gleichung der Form $3y + 3,6z = c$. Da E in der Ebene liegt, ist $c = 6$.	6
d	Schritt I liefert im Modell die Lage des Schattens des Eckpunkts E in der xz-Ebene. Aus Schritt II ergibt sich in Verbindung mit der Abbildung, dass dieser Schatten rechts von der Eingangsüberdachung auf der vertikalen Hauswand liegt.	4
e	$-1,2 < s \leq 0,8$: drei $0,8 < s < 2$: vier Für $0 \leq s \leq 0,8$ sind sowohl Form als auch Flächeninhalt der zugehörigen Vielecke gleich.	4
		20

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
a	4		I		I	I		X		
b	2			I	I	I		X		
c	6	II		II	II	II			X	
d	4	II		II	II		II		X	
e	4		II		III		II			X

Anzahl ² der Bewertungseinheiten im		
Anforderungsbereich I	Anforderungsbereich II	Anforderungsbereich III
6	10	4

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Die Ermittlung der Anzahlen erfolgt ausschließlich auf der Grundlage der Spalten „BE“ und „Anforderungsbereich“ in der vorhergehenden Tabelle.

Bei jeder Aufgabe zum Prüfungsteil B liegen die Anzahlen der Bewertungseinheiten – abhängig vom Anforderungsniveau – in den Bereichen, die der folgenden Tabelle zu entnehmen sind:

Anforderungsniveau	erhöht			grundlegend		
Anforderungsbereich	I	II	III	I	II	III
Anzahl der BE	5 - 6	11 - 13	7 - 8	6 - 7	8 - 10	4 - 5

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.