

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2024

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

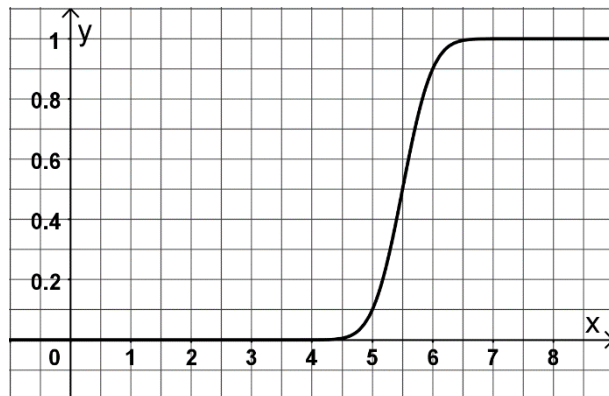
Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	Stochastik	WTR

1 Aufgabe

	BE
1 Bei einer statistischen Erhebung werden in einer deutschen Großstadt die privaten Haushalte mit mindestens einem Kind im Vorschulalter betrachtet. Diese werden im Folgenden als „junge Haushalte“ bezeichnet. Es wird festgestellt, dass 60 % der jungen Haushalte mit mindestens einem Pkw ausgestattet sind und 8 % der jungen Haushalte mit mindestens einem Lastenrad. In 14 % der jungen Haushalte ohne Pkw ist mindestens ein Lastenrad vorhanden. a Stellen Sie den beschriebenen Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. b Beurteilen Sie für diese Großstadt die folgende Aussage: <i>Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter junger Haushalt mit mindestens einem Lastenrad ausgestattet ist, ist bei einem jungen Haushalt ohne Pkw mehr als dreimal so groß wie bei einem jungen Haushalt mit mindestens einem Pkw.</i> 300 junge Haushalte dieser Großstadt werden zufällig ausgewählt. c Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 20 und höchstens 30 dieser Haushalte mit mindestens einem Lastenrad ausgestattet sind.	4 3 3

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

- d Geben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term $1 - \sum_{k=201}^{300} \binom{300}{k} \cdot 0,6^k \cdot 0,4^{300-k}$ berechnet werden kann. 2
- e Eine Kita betreut 80 Kinder, von denen zwölf mit dem Lastenrad dorthin gebracht werden. Weisen Sie nach, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich unter zehn zufällig ausgewählten Kindern dieser Kita genau zwei befinden, die mit einem Lastenrad gebracht werden, etwa 29,6 % beträgt. 3
- 2 Betrachtet werden Vorderrad- und Hinterradreifen für Lastenräder. Auf einem Prüfstand kann die Laufleistung von solchen Reifen gemessen werden. Die Laufleistung gibt die auf dem Prüfstand ermittelte Gesamtstrecke an, bis der Reifen unbrauchbar wird. Die Zufallsgröße V beschreibt die Laufleistung in Kilometern (km) der Vorderradreifen eines bestimmten Herstellers, die Zufallsgröße H der Hinterradreifen desselben Herstellers. V wird als normalverteilt mit dem Erwartungswert 6800 km und der Standardabweichung 530 km angenommen. H wird als normalverteilt mit dem Erwartungswert 4600 km und der Standardabweichung 480 km angenommen.
- a Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Vorderradreifen dieses Herstellers eine Laufleistung hat, die um höchstens 600 km vom Erwartungswert für diese Laufleistung abweicht. 2
- b Begründen Sie, dass die folgende Aussage für die Vorderrad- und Hinterradreifen dieses Herstellers wahr ist: 4
- Die Laufleistung, die ein zufällig ausgewählter Vorderradreifen gemäß dem Modell mit der Wahrscheinlichkeit von 90 % übertreffen wird, wird ein zufällig ausgewählter Hinterradreifen nahezu mit Sicherheit unterschreiten.*
- c Die Zufallsgröße Z beschreibt die Laufleistung in km der Hinterradreifen eines anderen Herstellers. Z wird als normalverteilt mit dem Erwartungswert μ_Z und der Standardabweichung σ_Z angenommen. Die Abbildung stellt den Graphen der Funktion f mit $f(x) = P(Z \leq 1000 \cdot x)$ dar. 4
- Ermitteln Sie die Werte von μ_Z und σ_Z jeweils in km.



25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

					BE																
1	a	A: „Ein junger Haushalt ist mit mindestens einem Pkw ausgestattet.“ B: „Ein junger Haushalt ist mit mindestens einem Lastenrad ausgestattet.“	<table><tr><td></td><td>B</td><td>$\bar{B}$</td><td></td></tr><tr><td>A</td><td>0,024</td><td>0,576</td><td>0,6</td></tr><tr><td>$\bar{A}$</td><td>0,056</td><td>0,344</td><td>0,4</td></tr><tr><td></td><td>0,08</td><td>0,92</td><td>1</td></tr></table>		B	$\bar{B}$		A	0,024	0,576	0,6	$\bar{A}$	0,056	0,344	0,4		0,08	0,92	1		4
	B	$\bar{B}$																			
A	0,024	0,576	0,6																		
$\bar{A}$	0,056	0,344	0,4																		
	0,08	0,92	1																		
	b	$3 \cdot \frac{0,024}{0,6} = 0,12 < 0,14$ Damit ist die Aussage wahr.			3																
	c	X: Anzahl der jungen Haushalte, die mit mindestens einem Lastenrad ausgestattet sind $P_{0,08}^{300}(21 \leq X \leq 30) \approx 68\%$			3																
	d	Höchstens 200 dieser Haushalte sind mit mindestens einem Pkw ausgestattet.			2																
	e	$\frac{\binom{12}{2} \cdot \binom{68}{8}}{\binom{80}{10}} \approx 29,6\%$			3																
2	a	$P(6200 \leq V \leq 7400) \approx 74\%$			2																
	b	$P(V > c) = 0,9$ liefert $c \approx 6120,8$. Ein zufällig ausgewählter Hinterradreifen hat wegen $P(H \geq 6120,8) \approx 0,0008$ mit nur sehr geringer Wahrscheinlichkeit eine Laufleistung von mindestens 6120,8 km.			4																
	c	Wegen $P(Z \leq 5500) \approx 0,5$ ist $\mu_Z \approx 5500$. Der Abbildung ist $P(Z \leq 5000) \approx 0,1$ zu entnehmen. Damit erhält man durch systematisches Probieren $\sigma_Z \approx 390$.			4																
					25																

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	4		II		I	I	I		X	
b	3	II		II			I		X	
c	3			I		I		X		
d	2			I	II		II		X	
e	3		II	II		I			X	
2 a	2			I		I		X		
b	4	III		III		II	III			X
c	4	III	III		III	II				X

Anzahl ² der Bewertungseinheiten im		
Anforderungsbereich I	Anforderungsbereich II	Anforderungsbereich III
5	12	8

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Die Ermittlung der Anzahlen erfolgt ausschließlich auf der Grundlage der Spalten „BE“ und „Anforderungsbereich“ in der vorhergehenden Tabelle.

Bei jeder Aufgabe zum Prüfungsteil B liegen die Anzahlen der Bewertungseinheiten – abhängig vom Anforderungsniveau – in den Bereichen, die der folgenden Tabelle zu entnehmen sind:

Anforderungsniveau	erhöht			grundlegend		
Anforderungsbereich	I	II	III	I	II	III
Anzahl der BE	5 - 6	11 - 13	7 - 8	6 - 7	8 - 10	4 - 5

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.