

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2024

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	Stochastik	WTR

1 Aufgabe

Ein bekannter Video-Streamingdienst bietet einen kostenpflichtigen Zugang zu Spielfilmen und Serien an. Personen, die davon gegen Zahlung einer monatlichen Gebühr Gebrauch machen, werden im Folgenden als Abonnenten bezeichnet. Sie haben sich entweder für das Spielfilmpaket oder für das Komplettpaket entschieden, das neben den Spielfilmen auch noch Serien enthält.

1 Unter den Abonnenten sind 70 % höchstens 40 Jahre alt. Von diesen haben 80 % das Komplettpaket gewählt. Unter denjenigen Abonnenten, die älter als 40 Jahre sind, haben sich 50 % für das Komplettpaket entschieden.

a Stellen Sie den Sachverhalt in einem beschrifteten Baumdiagramm dar.

b Eine unter allen Abonnenten zufällig ausgewählte Person hat sich für das Komplettpaket entschieden. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie höchstens 40 Jahre alt ist.

c Bestimmen Sie die Anzahl der Abonnenten, die man mindestens zufällig auswählen müsste, damit unter ihnen mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % mehr als fünf Personen älter als 40 Jahre sind.

2 Der Anteil der zufriedenen Abonnenten von derzeit 60 % soll gesteigert werden. Dazu wird ein Algorithmus entwickelt, der jedem Abonnenten täglich individuell einen Spielfilm vorschlägt. Als Basis für die Entscheidung über den dauerhaften Einsatz des Algorithmus plant das Management einen Probetrieb. Im Anschluss soll die

BE

3

3

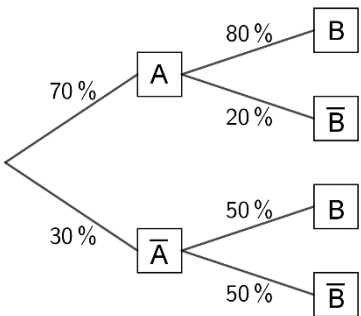
4

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

Nullhypothese „Der Anteil der zufriedenen Abonnenten beträgt höchstens 60 %.“ mit Hilfe einer Stichprobe von 200 zufällig ausgewählten Abonnenten auf einem Signifikanzniveau von 5 % getestet werden.	
a Geben Sie an, welche Überlegung des Managements zur Wahl dieser Nullhypothese geführt haben könnte.	2
Für den beschriebenen Test ergibt sich $\{132; 133; \dots; 200\}$ als der Ablehnungsbereich der Nullhypothese.	
b Zur Bestimmung der unteren Grenze dieses Ablehnungsbereichs wurden zunächst folgende Lösungsschritte ausgeführt:	4
◆ Y: Anzahl der zufriedenen Abonnenten in der Stichprobe ◆ $P_{0,6}^{200}(Y \geq 132) \approx 0,047$	
Begründen Sie, dass die beiden Lösungsschritte zur Bestimmung der unteren Grenze nicht ausreichend sind, und ergänzen Sie diese geeignet.	
c Weisen Sie nach, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler zweiter Art bei diesem Ablehnungsbereich der Nullhypothese mehr als 90 % betragen könnte.	4
3 Zur Anmeldung auf der Webseite des Streamingdiensts ist ein persönliches Kennwort erforderlich. Für das Kennwort können 80 verschiedene Zeichen verwendet werden: je 26 Groß- und Kleinbuchstaben, 10 Ziffern sowie 18 Sonderzeichen.	
a Einige Abonnenten verwenden ein Kennwort, das genau acht Zeichen lang ist und nur aus Kleinbuchstaben besteht. Dabei können Zeichen mehrfach vorkommen. Zeigen Sie, dass für diese Abonnenten weniger als ein Tausendstel aller möglichen Kennwörter infrage kommen, die aus genau acht Zeichen bestehen.	2
b Niclas beschließt ein Kennwort zu wählen, das die beiden folgenden Bedingungen erfüllt:	3
◆ Es besteht aus genau acht Zeichen, die untereinander verschieden sind. ◆ Die Buchstaben seines Namens sind in der korrekten Reihenfolge und unter Berücksichtigung der Groß- und Kleinschreibung enthalten.	
Damit sind beispielsweise <i>Nic4+las</i> oder <i>nNicl*as</i> mögliche Kennwörter. Bestimmen Sie die Anzahl aller derartigen Kennwörter.	
25	

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

			BE
1	a	 A: „Ein Abonnent ist höchstens 40 Jahre alt.“ B: „Ein Abonnent hat das Komplettpaket.“	3
	b	$\frac{0,7 \cdot 0,8}{0,7 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,5} \approx 79\%$	3
	c	X: Anzahl der Abonnenten, die älter als 40 Jahre sind Wegen $P_{0,3}^{39}(X > 5) \approx 98,91\%$ und $P_{0,3}^{40}(X > 5) \approx 99,14\%$ müssten mindestens 40 Personen zufällig ausgewählt werden.	4
2	a	Es soll möglichst vermieden werden, den Algorithmus dauerhaft einzusetzen, obwohl der Einsatz des Algorithmus die Zufriedenheit unter den Abonnenten nicht erhöht.	2
	b	Es könnte eine natürliche Zahl k mit $k < 132$ geben, für die $P_{0,6}^{200}(Y \geq k) \leq 0,05$ gilt. $P_{0,6}^{200}(Y \geq 131) \approx 0,064$ Damit ist 132 die untere Grenze des Ablehnungsbereichs.	4
	c	Beträgt der Anteil der zufriedenen Abonnenten beispielsweise 61 %, dann trifft die Nullhypothese nicht zu und die Wahrscheinlichkeit des zugehörigen Fehlers zweiter Art beträgt $P_{0,61}^{200}(Y \leq 131) \approx 91,7\%$.	4
3	a	$\frac{26^8}{80^8} \approx 0,00012 < 0,001$	2
	b	$\binom{8}{2} \cdot 74 \cdot 73 = 151256$	3
			25

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	3			I	I		I	X		
b	3			II		I			X	
c	4	II	III			II				X
2 a	2	II		II			II		X	
b	4	II	II			II	II		X	
c	4	III	II			II	II			X

3 a	2	I		I		I	I	X		
b	3		II	II	II		II		X	

Anzahl ² der Bewertungseinheiten im		
Anforderungsbereich I	Anforderungsbereich II	Anforderungsbereich III
5	12	8

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Die Ermittlung der Anzahlen erfolgt ausschließlich auf der Grundlage der Spalten „BE“ und „Anforderungsbereich“ in der vorhergehenden Tabelle.

Bei jeder Aufgabe zum Prüfungsteil B liegen die Anzahlen der Bewertungseinheiten – abhängig vom Anforderungsniveau – in den Bereichen, die der folgenden Tabelle zu entnehmen sind:

Anforderungsniveau	erhöht			grundlegend		
Anforderungsbereich	I	II	III	I	II	III
Anzahl der BE	5 - 6	11 - 13	7 - 8	6 - 7	8 - 10	4 - 5

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.