

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2024

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	Stochastik	MMS

1 Aufgabe

Ein Institut für Ernährungsforschung untersucht die Essgewohnheiten von in Deutschland lebenden Personen einer bestimmten Altersgruppe.

1 Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass sich 30 % der Personen der betrachteten Gruppe häufig von Fertiggerichten ernähren.

a Es werden 500 Personen der betrachteten Gruppe zufällig ausgewählt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich mindestens ein Viertel dieser Personen häufig von Fertiggerichten ernährt.

b Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term $1 - \sum_{k=55}^{200} \binom{200}{k} \cdot 0,3^k \cdot 0,7^{200-k}$ berechnet werden kann. Geben Sie dieses Ereignis an.

Neben der Ernährung durch Fertiggerichte wird auch der Verzehr von Zucker untersucht. Der Anteil der Personen der betrachteten Gruppe, die sich häufig von Fertiggerichten ernähren und zu viel Zucker verzehren, beträgt 24 %. Der Anteil der Personen, die zu viel Zucker verzehren, ist unter denjenigen, die sich häufig von Fertiggerichten ernähren, doppelt so groß wie unter denjenigen, die sich nicht häufig von Fertiggerichten ernähren. Aus der betrachteten Gruppe wird eine Person zufällig ausgewählt.

BE

3

3

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

Untersucht werden folgende Ereignisse:

F: „Die Person ernährt sich häufig von Fertiggerichten.“

Z: „Die Person verzehrt zu viel Zucker.“

c Weisen Sie nach, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die ausgewählte Person zu viel Zucker verzehrt und sich nicht häufig von Fertiggerichten ernährt, 28 % beträgt.

d Stellen Sie den Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar.

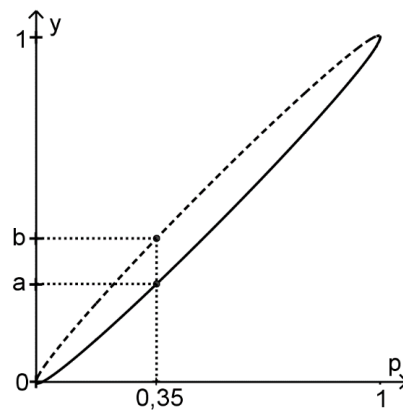
e Nun werden fünf Personen aus der betrachteten Gruppe zufällig ausgewählt. Geben Sie einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet werden kann, dass keine dieser Personen zu viel Zucker verzehrt und sich höchstens zwei von ihnen häufig von Fertiggerichten ernähren.

2 Das Institut untersucht den Anteil p der Personen der betrachteten Gruppe, die einen bestimmten zuckerfreien Müsliriegel gegenüber einem vergleichbaren zuckerhaltigen Müsliriegel bevorzugen.

a Aufgrund früherer Untersuchungen wird von einem Anteil p von 35 % ausgegangen. Bei einer Umfrage unter 200 Personen der betrachteten Gruppe gaben 86 Personen an, den zuckerfreien Müsliriegel zu bevorzugen. Abgebildet sind die Graphen der für $p \in [0;1]$ definierten Funktionen

$$f: p \mapsto p - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{200}} \quad \text{und}$$

$$g: p \mapsto p + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{200}}.$$



Interpretieren Sie das Ergebnis der Umfrage im Hinblick auf die Bedeutung des Intervalls $a \leq y \leq b$ (vgl. Abbildung).

b Nach der Durchführung einer Werbemaßnahme für den zuckerfreien Müsliriegel möchte das Institut Anhaltspunkte darüber gewinnen, wie groß der Anteil p inzwischen ist. Unter den Personen der betrachteten Gruppe wurde daraufhin eine Umfrage erhoben. Die Auswertung der Umfrage ergab, dass etwa 61 % der befragten Personen den zuckerfreien Riegel bevorzugen. Das zugehörige 95 %-Konfidenzintervall, dessen Ränder mit der Gleichung $|h - p| = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$ berechnet werden, besitzt eine Länge, die kleiner als 0,1 ist. Ermitteln Sie die Anzahl der Personen, die im Rahmen der Umfrage mindestens befragt wurden.

25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

			BE																
1	a	X: Anzahl der Personen, die sich häufig von Fertiggerichten ernähren $\frac{1}{4} \cdot 500 = 125$; $P_{0,3}^{500}(X \geq 125) \approx 99\%$	3																
	b	Zufallsexperiment: 200 Personen der betrachteten Gruppe werden zufällig ausgewählt. Ereignis: „Weniger als 55 Personen ernähren sich häufig von Fertiggerichten.“	3																
	c	$P(\bar{F} \cap Z) = P(\bar{F}) \cdot \frac{1}{2} \cdot P_F(Z) = 0,7 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{0,24}{0,3} = 0,28$	4																
	d	<table><tr><td></td><td>F</td><td>$\bar{F}$</td><td></td></tr><tr><td>Z</td><td>24 %</td><td>28 %</td><td>52 %</td></tr><tr><td>$\bar{Z}$</td><td>6 %</td><td>42 %</td><td>48 %</td></tr><tr><td></td><td>30 %</td><td>70 %</td><td>100 %</td></tr></table>		F	$\bar{F}$		Z	24 %	28 %	52 %	$\bar{Z}$	6 %	42 %	48 %		30 %	70 %	100 %	3
	F	$\bar{F}$																	
Z	24 %	28 %	52 %																
$\bar{Z}$	6 %	42 %	48 %																
	30 %	70 %	100 %																
	e	$\binom{5}{0} \cdot 0,06^0 \cdot 0,42^5 + \binom{5}{1} \cdot 0,06^1 \cdot 0,42^4 + \binom{5}{2} \cdot 0,06^2 \cdot 0,42^3$	3																
2	a	Das Intervall $[a;b]$ ist das 95 %-Prognoseintervall zu $p = 35\%$. Es gilt $b = 0,35 + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,35 \cdot 0,65}{200}} \approx 0,416$. Wegen $\frac{86}{200} = 0,43 > b$ ist das Umfrageergebnis somit mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % unverträglich mit der Annahme $p = 35\%$.	4																
	b	Die Lösungen $p_{\min}(n)$ und $p_{\max}(n)$ der Gleichung $ 0,61 - p = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$ sind die Ränder des zugehörigen 95 %-Konfidenzintervalls. Dieses hat die Länge $d(n) = p_{\max}(n) - p_{\min}(n)$. Die Ungleichung $d(n) < 0,1$ hat die Lösung $n > 361,92$. Daher wurden mindestens 362 Personen befragt.	5																
			25																

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	3		I	I		I		X		
b	3	II		II	II		I		X	
c	4		II	II		II	II		X	
d	3				I		I	X		
e	3		III	III		II				X
2 a	4	II		II	II	I	II		X	
b	5	II	III	II		III	III			X

Anzahl ² der Bewertungseinheiten im		
Anforderungsbereich I	Anforderungsbereich II	Anforderungsbereich III
6	11	8

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster³ vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Die Ermittlung der Anzahlen erfolgt ausschließlich auf der Grundlage der Spalten „BE“ und „Anforderungsbereich“ in der vorhergehenden Tabelle.

Bei jeder Aufgabe zum Prüfungsteil B liegen die Anzahlen der Bewertungseinheiten – abhängig vom Anforderungsniveau – in den Bereichen, die der folgenden Tabelle zu entnehmen sind:

Anforderungsniveau	erhöht			grundlegend		
Anforderungsbereich	I	II	III	I	II	III
Anzahl der BE	5 - 6	11 - 13	7 - 8	6 - 7	8 - 10	4 - 5

³ Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.