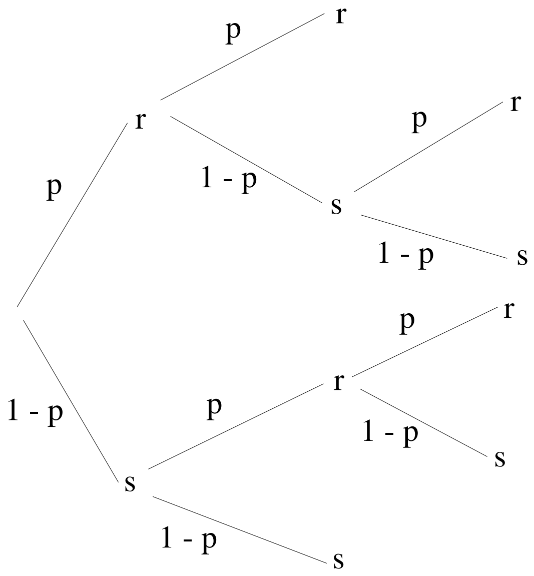
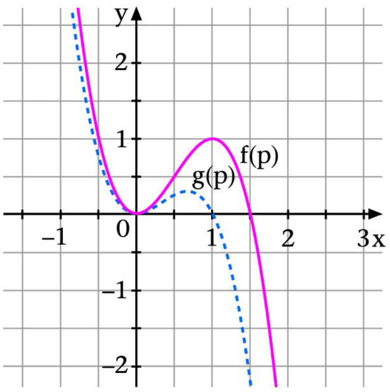
a) r: rote Kugel, s: schwarze Kugel



b) $P(X = 2) = p \cdot p + p\,(1 - p) \cdot p + (1 - p) \cdot p \cdot p = -2p^3 + 3p^2$

c) Peters Argumentation ist nicht stichhaltig, da er offenbar nur den Fall betrachtet, bei dem die roten Kugeln sogleich nacheinander gezogen werden.
Pauls Argumentation bezieht sich offensichtlich auf den Term $g(p) = 2p^2\,(1 - p)$, der die Wahrscheinlichkeit angibt, zwei rote Kugeln und eine schwarze Kugel zu ziehen.
Diese Wahrscheinlichkeit nimmt zunächst mit größer werdendem p tatsächlich zu, fällt dann aber ab $p = \frac{2}{3}$ (s. Graph von g).



Die Monotonie von $f(p) = -2p^3 + 3p^2$ kann mit Mitteln der Analysis begründet werden:
$f'(p) = -6p^2 + 6p = 6p\,(1 - p)$.
Für $0 < p < 1$ gilt $6p > 0$ und $1 - p > 0$. Also gilt $f'(p) > 0$ für alle p und somit ist f in [0;1] streng monoton wachsend.

d) $P(Z = 2) = p^2 + (1 - p)^2 = 2p^2 - 2p + 1$
$P(Z = 3) = 1 - P(Z = 2) = 2p - 2p^2$

e) Erwartungswert von Z:
$2 \cdot (2p^2 - 2p + 1) + 3 \cdot (2p - 2p^2) = -2p^2 + 2p + 2 = -2 \cdot (p - 0{,}5)^2 + 2{,}5$
Damit nimmt der Erwartungswert von Z für $p = 0{,}5$ das Maximum 2,5 an.