Marie erzählt Sofie von ihrem „Glückswürfel“: „Bei diesem Würfel ist die Sechs eineinhalbmal so wahrscheinlich wie bei anderen sechsseitigen Würfeln.“ Sofie glaubt das zunächst nicht. Um herauszufinden, ob es wirklich ein solcher Glückswürfel ist, beschließen die beiden, 50-mal zu würfeln. Wenn eine noch festzulegende Mindestzahl von Sechsen fällt, glaubt auch Sofie, dass es sich um einen Glückswürfel handelt.

a) Sofie fordert, dass mit hoher Sicherheit ausgeschlossen werden soll, dass bei dem Glückswürfel die Sechs doch mit der normalen Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{6}$ gewürfelt wird. Es soll also eine Mindestanzahl k festgesetzt werden, sodass die Wahrscheinlichkeit, diese zu erreichen oder zu übertreffen, weniger als 5 % beträgt, wenn die Wahrscheinlichkeit doch nur $\frac{1}{6}$ beträgt. Bestimmen Sie diese Grenze k.

b) Ermitteln Sie, wie wahrscheinlich es ist, die in Teilaufgabe a) errechnete Mindestzahl k zu erreichen oder zu übertreffen, wenn die Wahrscheinlichkeit für eine Sechs bei Maries Glückswürfel tatsächlich $\frac{1}{4}$ beträgt.

c) Modifizieren Sie das Entscheidungsverfahren so, dass es „fairer“ wird:
Die Mindestanzahl k soll so festgelegt werden, dass es etwa gleichwahrscheinlich wird, bei einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{6}$ fälschlich von einem Glückswürfel auszugehen (Fehler 1. Art) bzw. bei einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{4}$ fälschlich von einem normalen Würfel auszugehen (Fehler 2. Art).

d) Beschreiben Sie, wie ein Entscheidungsverfahren aussehen könnte, bei dem sowohl die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art als auch die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art kleiner als 5 % ist.

e) Gehen Sie vom in Teilaufgabe a) vorgestellten Entscheidungsverfahren und der dort ermittelten Mindestanzahl von Sechsen k aus. Wie groß müsste die Wahrscheinlichkeit für eine Sechs bei einem „echten“ Glückswürfel mindestens sein, damit bei diesem Verfahren mit mindestens 95-prozentiger Wahrscheinlichkeit richtig entschieden wird?