

a) Da  $S > 0$ ,  $b > 0$  und  $e^{-ct} > 0$ , gilt  $f(t) = \frac{S}{1 + b \cdot e^{-ct}} > 0$ .

b)  $b \cdot e^{-ct}$  ist stets positiv, also ist der Nenner stets größer als 1 und somit gilt  $f(t) < S$ .

c) Wegen  $c > 0$  gilt  $b \cdot e^{-ct} \rightarrow 0$  für  $t \rightarrow \infty$ , also gilt  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = S$ .

d)

$$\begin{aligned} f'(t) &= \frac{S \cdot b \cdot c \cdot e^{-ct}}{(1 + b \cdot e^{-ct})^2} = \frac{S \cdot c \cdot (1 + b \cdot e^{-ct}) - S \cdot c}{(1 + b \cdot e^{-ct})^2} = \frac{S \cdot c}{1 + b \cdot e^{-ct}} - \frac{S \cdot c}{(1 + b \cdot e^{-ct})^2} \\ &= \frac{c}{S} \cdot \frac{S}{1 + b \cdot e^{-ct}} \cdot \left( S - \frac{S}{1 + b \cdot e^{-ct}} \right) = k \cdot f(t) \cdot (S - f(t)) \end{aligned}$$

$$\text{mit } k = \frac{c}{S}$$

e) Wegen  $k > 0$ ,  $f(t) > 0$  und  $S - f(t) > 0$  gilt  $f'(t) > 0$ . Somit ist  $f$  streng monoton wachsend.

f) Wegen  $f(t) \rightarrow S$  für  $t \rightarrow \infty$  gilt  $S - f(t) \rightarrow 0$  für  $t \rightarrow \infty$ , also  $\lim_{t \rightarrow \infty} f'(t) = 0$ .