

a) $A(t) = \int_1^t \left(\frac{1}{x^2}\right) dx = \left[-\frac{1}{x}\right]_1^t = 1 - \frac{1}{t}$

b) $\lim_{t \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{t}\right) = 1$

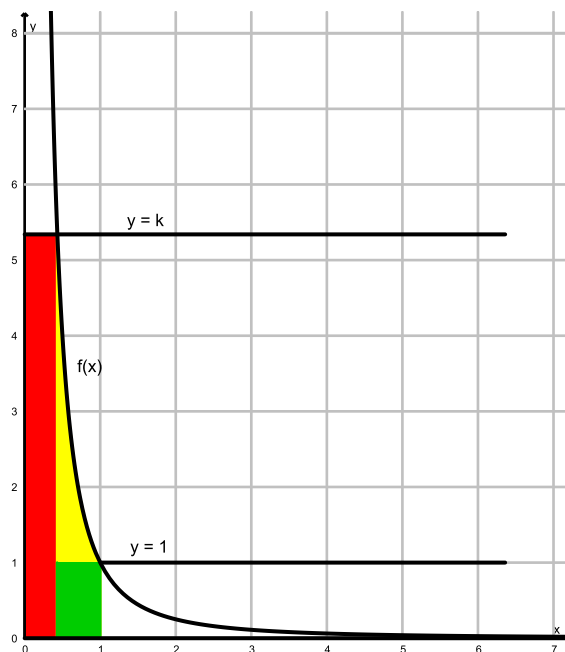
Dieses sich ins Unendliche erstreckende Flächenstück hat den Inhalt 1.

c) $A(t) = \int_t^1 \left(\frac{1}{x^2}\right) dx = \left[-\frac{1}{x}\right]_t^1 = \frac{1}{t} - 1$

$\left(\frac{1}{t} - 1\right) \rightarrow \infty$ für $t \rightarrow 0$

Dieses sich ins Unendliche erstreckende Flächenstück hat keinen endlichen Inhalt.

d) 1. Lösungsweg (Zerlegung der Fläche gemäß Skizze):



$$\begin{aligned}
 A(k) &= \frac{1}{\sqrt{k}} \cdot (k-1) + \int_{\frac{1}{\sqrt{k}}}^1 \left(\frac{1}{x^2}\right) dx - \left(1 - \frac{1}{\sqrt{k}}\right) \cdot 1 \\
 &= \sqrt{k} - \frac{1}{\sqrt{k}} + \left[-\frac{1}{x}\right]_{\frac{1}{\sqrt{k}}}^1 - 1 + \frac{1}{\sqrt{k}} \\
 &= \sqrt{k} - \frac{1}{\sqrt{k}} - 1 + \sqrt{k} - 1 + \frac{1}{\sqrt{k}} \\
 &= 2\sqrt{k} - 2
 \end{aligned}$$

2. Lösungsweg (Nutzen der Umkehrfunktion $f^{-1}(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$):

$$A(k) = \int_1^k \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = \left[2 \cdot \sqrt{x} \right]_1^k = 2\sqrt{k} - 2$$

e) $(2\sqrt{k} - 2) \rightarrow \infty$ für $k \rightarrow \infty$

Dieses sich ins Unendliche erstreckende Flächenstück hat keinen endlichen Inhalt.