

- a) Gleichung der Geraden durch $P_0(2|1)$ und $P(0|-1)$: $y = x - 1$
Da $f(2) = 1$ gilt, ist diese Gerade tatsächlich die Tangente an die Parabel im Punkt P_0 .

b) 1. Begründungsmöglichkeit:

Die Ableitung von $f(x) = a \cdot x^2$ ($a \neq 0$) an der Stelle x_0 ist $f'(x_0) = 2 \cdot a \cdot x_0 = 2 \cdot \frac{y_0}{x_0}$.

Somit hat die durch P_0 und P laufende Gerade genau die geforderte Steigung, ist also die Tangente in P_0 .

2. Begründungsmöglichkeit:

Die Gleichung der Tangente in P_0 lautet: $y = 2 \cdot a \cdot x_0 \cdot x - y_0$.
Somit schneidet diese Tangente die y -Achse in $(0|-y_0)$.

3. Begründungsmöglichkeit:

Die Gleichung der Geraden durch $P(0|-y_0)$ und $P_0(x_0|y_0)$ lautet:

$$y = 2 \cdot \frac{y_0}{x_0} \cdot x - y_0. \text{ Für die Steigung gilt: } m = 2 \cdot \frac{y_0}{x_0} = 2 \cdot a \cdot x_0.$$

Sie ist also gleich der Ableitung von f an der Stelle x_0 .
Daher handelt es sich um die Tangente.