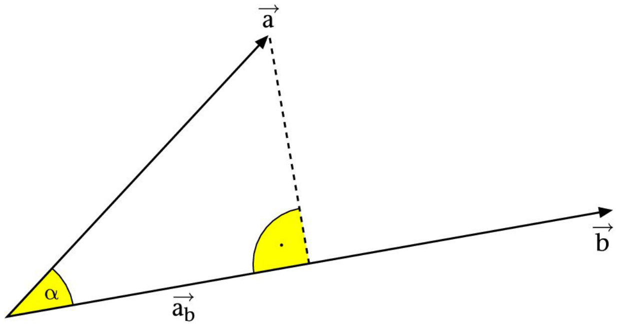
Die Abbildung zeigt die senkrechte Projektion eines Vektors $\vec{a}$ auf einen Vektor $\vec{b}$. Dabei entsteht der Vektor $\overrightarrow{a_b}$.



a) Zunächst wird angenommen, dass der Winkel α zwischen den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ spitz ist.

Begründen Sie, dass $\left|\overrightarrow{a_b}\right| = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|}$ gilt.

b) Der Term $\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|}$ kann auch in der Form $\vec{a}\cdot\overrightarrow{b_0}$ geschrieben werden.

Beschreiben Sie die Bedeutung des Vektors $\overrightarrow{b_0}$.

Für den allgemeinen Fall eines Winkels α zwischen den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ mit $0° \leq \alpha \leq 180°$ gilt $\left|\overrightarrow{a_b}\right| = \left|\vec{a}\cdot\overrightarrow{b_0}\right|$. Dies soll im Folgenden bei der Berechnung des Abstandes eines Punktes von einer Ebene verwendet werden.

c) Eine Ebene *E* ist durch einen Punkt P und einen Normalenvektor $\vec{n}$ gegeben. Der Abstand d(Q,*E*) eines nicht in *E* liegenden Punkts Q von *E* ist die Länge des Lots von Q auf *E*. Fertigen Sie eine Skizze an, die die Ebene *E*, die Punkte P und Q sowie den Vektor $\vec{n}$ darstellt.
Geben Sie einen Term an, mit dem sich d(Q,*E*) mithilfe von P, Q und $\vec{n}$ ermitteln lässt.

d) Eine Gerade *g* ist durch einen Punkt R und einen Richtungsvektor $\vec{u}$ gegeben.
Der Abstand d(S,*g*) eines nicht auf *g* liegenden Punkts S von *g* ist die Länge des Lots von S auf *g*. Fertigen Sie eine Skizze an, die die Gerade *g*, die Punkte R und S sowie den Vektor $\vec{u}$ darstellt.

Begründen Sie anhand dieser Skizze, dass $d(\mathrm{S},g) = \left|\overrightarrow{\mathrm{RS}}\times\overrightarrow{u_0}\right|$ gilt, wobei $\overrightarrow{u_0}$ einen Richtungsvektor von *g* der Länge 1 bezeichnet.
Hinweis: Das durch das Kreuz symbolisierte Produkt stellt das sogenannte Vektorprodukt zweier Vektoren dar.
Für dieses gilt: $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin(\alpha)$, wobei α den Winkel zwischen den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ bezeichnet. Der Vektor $\vec{a}\times\vec{b}$ steht im Fall nicht kollinearer Vektoren senkrecht auf den beiden Vektoren; seine Orientierung ergibt sich gemäß einer Rechtsschraubenregel.

© 2015 Institut zur Qualitätssicherung im Bildungswesen, Berlin / Schroedel, Braunschweig