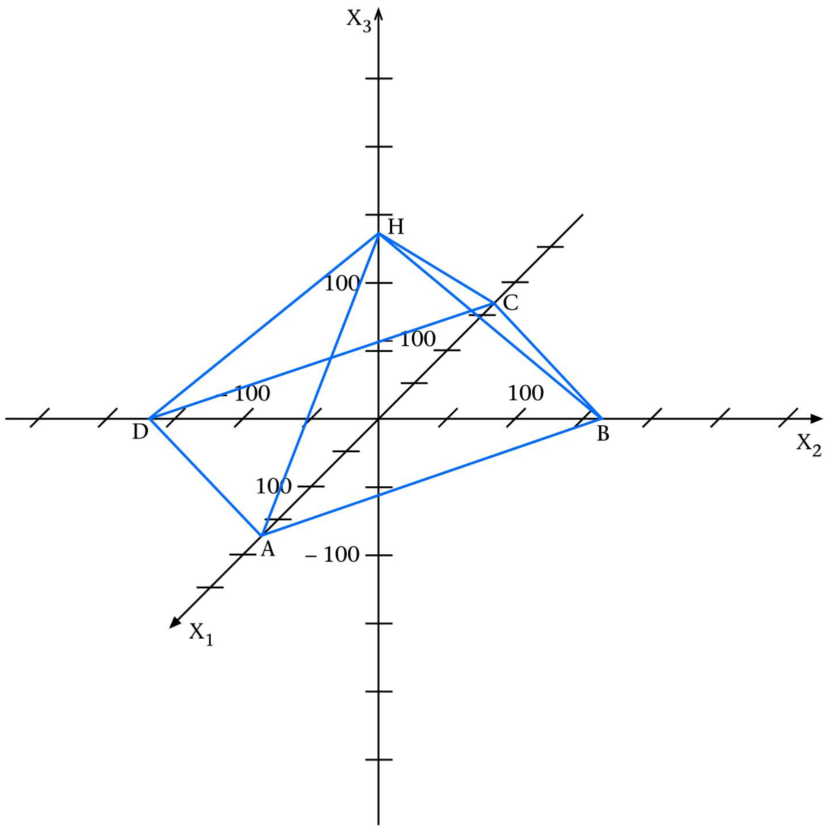
a) Man zerlegt den Richtungsvektor $\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}$ in die parallel bzw. senkrecht zur Fläche verlaufenden Komponenten. Die Komponente $\vec{v}_{\parallel}$, die parallel zur beleuchteten Fläche verläuft, trägt nicht zu deren Helligkeit bei, die Komponente $\vec{v}_{\perp}$, die senkrecht zur beleuchteten Fläche steht, dagegen vollständig.
Es gilt: $|\vec{v}_{\perp}| = |\vec{v}| \cdot \cos\varphi$, d.h. cos(φ) gibt den Anteil der Helligkeit an, der die beschienene Fläche beleuchtet. ($0° \leq \varphi \leq 90°$)
$\varphi = 0°$: Das Licht fällt senkrecht zur beleuchteten Fläche ein, sodass die Helligkeit maximal ist.
$\varphi = 90°$: Das Licht fällt parallel zur beleuchteten Fläche ein, die Fläche wird nicht beleuchtet.

b) Für $0° \leq \varphi \leq 180°$ gilt: $\cos(\varphi) = 0{,}5$. Es ist $\varphi = 60°$.

c) Für die Länge *d* einer Diagonale der Grundfläche gilt:
$d^2 = 2 \cdot 230^2 \Leftrightarrow \frac{d}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 230 \approx 163$
Damit: A(163|0|0), B(0|163|0), C(–163|0|0), D(0|–163|0), H(0|0|139)



d) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -163 \\ 163 \\ 0 \end{pmatrix} = 163 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AH} = \begin{pmatrix} -163 \\ 0 \\ 139 \end{pmatrix} \Rightarrow n = \begin{pmatrix} 139 \\ 139 \\ 163 \end{pmatrix}$

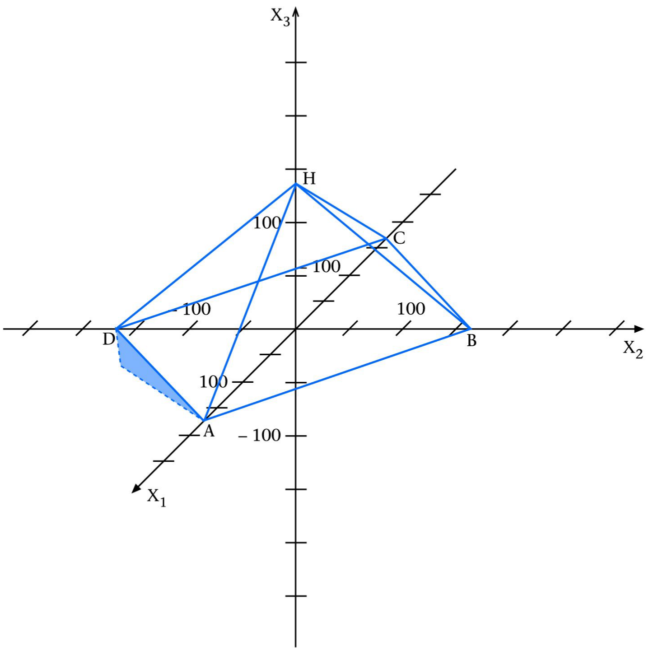
$$\cos\varphi = \frac{\left|\begin{pmatrix} 5 \\ -10 \\ -10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 139 \\ 139 \\ 163 \end{pmatrix}\right|}{\left|\begin{pmatrix} 5 \\ -10 \\ -10 \end{pmatrix}\right| \cdot \left|\begin{pmatrix} 139 \\ 139 \\ 163 \end{pmatrix}\right|} \approx 0{,}607$$

Die Fläche muss mit etwa 60,7 % der maximalen Helligkeit dargestellt werden.

e) Gerade durch H mit Richtungsvektor $\vec{v}$:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 139 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \\ -10 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}$$

Es muss gelten: $139 - 10 \cdot \lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = 13{,}9$
Koordinaten des Punkts somit: (65,5|–139|0)



$$\cos\alpha = \frac{\left|\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \\ -10 \end{pmatrix}\right|}{1 \cdot \sqrt{25 + 2 \cdot 100}} = \frac{2}{3}, \text{ d. h. } \alpha \approx 48{,}2°$$