

Um in 3D-Computergrafiken den perspektivischen Eindruck der dargestellten Objekte zu verstärken, wird die Helligkeit der beleuchteten Flächen berücksichtigt. Eine beleuchtete Fläche erscheint umso heller, je steiler das Licht einfällt.

Das Lambert'sche Gesetz besagt, dass die Helligkeit, mit der eine Fläche erscheint, proportional zu $\cos \varphi$ ist. Dabei ist φ die Größe des Winkels zwischen dem Normalenvektor \vec{n} der beleuchteten Fläche und dem Richtungsvektor \vec{v} des einfallenden Lichts (vgl. Abbildung 1).

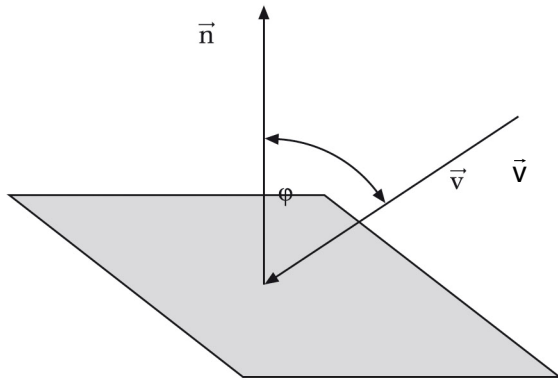


Abbildung 1

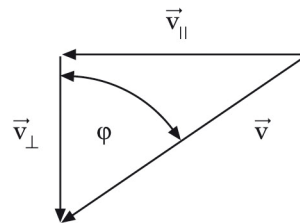
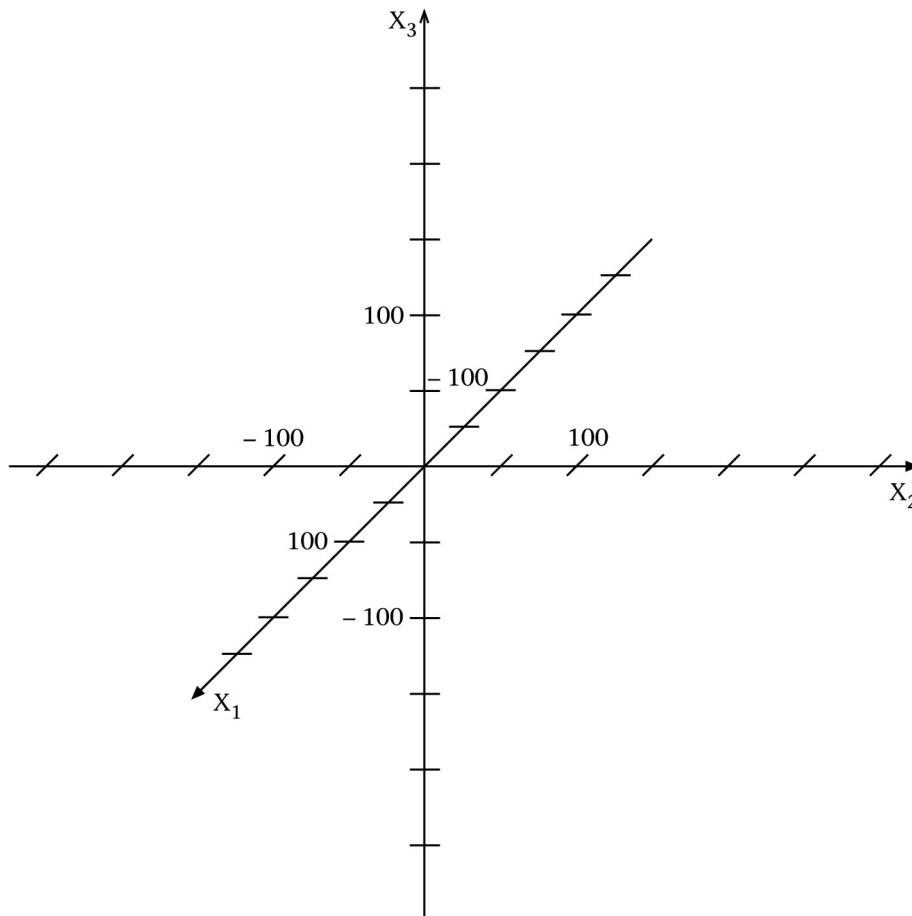


Abbildung 2

- a) Machen Sie mithilfe der Abbildungen 1 und 2 das Lambert'sche Gesetz plausibel. Betrachten Sie dabei auch die Spezialfälle $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = 90^\circ$.
- b) Bestimmen Sie die Größe des Winkels φ , unter dem das Licht auf einer Fläche einfallen muss, damit diese mit 50 % der maximal möglichen Helligkeit erscheint.

Zur modellhaften Darstellung in einer 3D-Computergrafik geht man davon aus, dass die Cheopspyramide die Form einer geraden vierseitigen Pyramide mit quadratischer Grundfläche hat. Die Kantenlänge der Grundfläche soll 230 m, die Höhe der Pyramide 139 m betragen. Im Modell wird zur Unterstützung der nötigen Berechnungen ein kartesisches Koordinatensystem so gewählt, dass die x_1x_2 -Ebene die Fläche darstellt, auf der die Pyramide steht und der Schnittpunkt der Diagonalen der Grundfläche ABCD im Koordinatenursprung liegt. Die Punkte A und C liegen auf der x_1 -Achse, wobei A eine positive x_1 -Koordinate hat. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 1 m in der Wirklichkeit.

- c) Bestimmen Sie die Koordinaten der Punkte A, B, C und D sowie die Koordinaten der Spitze H der Pyramide (gerundet ohne Nachkommastellen).
Zeichnen Sie die Pyramide in das gegebene dreidimensionale Koordinatensystem ein.



Einfallendes Sonnenlicht wird im Modell durch parallele Geraden mit dem Richtungsvektor

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ -10 \\ -10 \end{pmatrix} \text{ repräsentiert.}$$

- d) Bestimmen Sie auf der Grundlage des Modells den Anteil der maximalen Helligkeit in Prozent, mit dem die vordere rechte Seitenfläche ABH der Pyramide in der 3D-Computergrafik dargestellt werden muss.
- e) Der perspektivische Eindruck der 3D-Computergrafik soll auch dadurch unterstützt werden, dass auftretender Schatten berücksichtigt wird. Bestimmen Sie im Modell die Koordinaten des Punkts des Schattens der Pyramide, der der Spitze der Pyramide entspricht, und zeichnen Sie den Schatten der Pyramide in Ihre Zeichnung aus Teilaufgabe c) ein. Berechnen Sie im Modell die Größe des Winkels, unter dem das Licht auf die Fläche auftrifft, auf der die Pyramide steht.