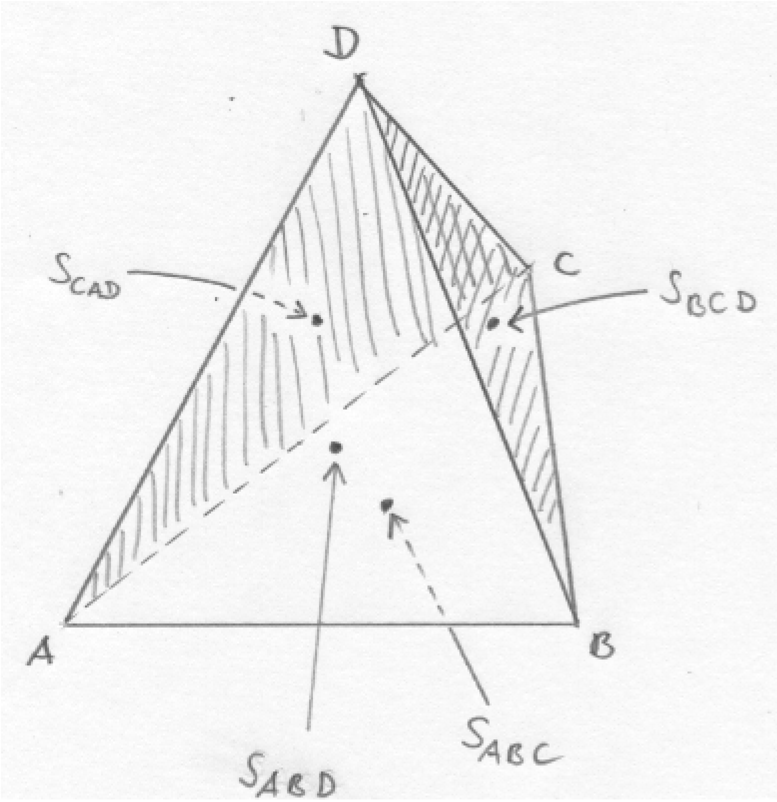

Das Bild zeigt eine Dreieckspyramide ABCD mit den Schwerpunkten S_{ABC}, S_{BCD}, S_{CAD} und S_{ABD} der vier Seitenflächen.

a) Der Schwerpunkt eines Dreiecks ist bekanntlich definiert als der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden.
Zeigen Sie für das Dreieck ABC mit den Eckpunkten A(6|12|–6), B(–6|6|0) und C(6|6|6), dass sich der Schwerpunkt auch mit folgender Formel berechnen lässt:
$$\overrightarrow{OS} = \frac{1}{3} \cdot \left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}\right)$$

b) Von einer Dreieckspyramide sollen jetzt nur die Ortsvektoren der vier Schwerpunkte $\overrightarrow{OS}_{ABC}$, $\overrightarrow{OS}_{BCD}$, $\overrightarrow{OS}_{CAD}$ und $\overrightarrow{OS}_{ABD}$ bekannt sein.
Bestimmen Sie daraus allgemein die Vektoren $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ und $\overrightarrow{OD}$.
Verwenden Sie dabei die Formel aus Teilaufgabe a).

c) Lässt sich die Dreieckspyramide auch aus den Ortsvektoren der Punkte A, B, C und S_{ABC} rekonstruieren?
Begründen Sie dies kurz.

d) Geben Sie begründet eine weitere Möglichkeit an, wie sich die Dreieckspyramide aus den Ortsvektoren von vier Punkten rekonstruieren lässt.