a)

$$\left(\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\5\\1\end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-4\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=0$$

b) Da $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}=0$ gilt, verläuft *g* parallel zu *E*. Da $\left(\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\5\\1\end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\-4\\0\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=-1\neq 0$ gilt, liegt der Punkt (0|1|1) und damit auch *g* nicht in *E*.

$$d(g;E)=\left|\left(\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\5\\1\end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}\\0\\\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}\right|=\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

c) Das vorgeschlagene Vorgehen ist nur dann richtig, wenn die Geraden *g* und *h* parallel sind. Dies folgt jedoch nicht zwingend aus der Tatsache, dass *h* in *E* liegt und *g* parallel zu *E* verläuft. Ansonsten wären *h* und *g* windschief und somit wäre der Abstand eines beliebigen Geradenpunktes P von *g* zur Geraden *h* nicht konstant.
Damit ergibt sich der Frage, ob die Richtungsvektoren der Geraden *g* und *h* kollinear sind. Dies ist wegen $\vec{u}_g=\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$ und $\vec{u}_h=\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$ nicht der Fall. Somit löst das beschriebene Vorgehen die Problemstellung nicht.

d) Flächeninhalt des Dreiecks ABP in Abhängigkeit von α:

$$\frac{1}{2}\cdot\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AP}\right|=\frac{1}{2}\cdot\left|\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\alpha-2\\1\\1-\alpha\end{pmatrix}\right|=\frac{1}{2}\cdot\left|\begin{pmatrix}-\alpha\\-1\\1-\alpha\end{pmatrix}\right|=\frac{1}{2}\sqrt{2\alpha^2-2\alpha+2}=\frac{1}{2}\sqrt{2}\cdot\sqrt{\left(\alpha-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}$$

Der Radikand nimmt seinen kleinsten Wert für $\alpha=\frac{1}{2}$ an. Damit:

Koordinaten von P: $\left(\frac{1}{2}\middle|1\middle|\frac{1}{2}\right)$

Flächeninhalt: $\frac{1}{4}\sqrt{6}$