Gegeben sind die Ebene *E*: $\left(\vec{x}-\begin{pmatrix}1\\5\\1\end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=0$ sowie die Punkte A(2|0|0) und B(1|1|1).

Der Punkt A liegt in der Ebene *E*.

a) Weisen Sie nach, dass auch B in *E* liegt.

b) Zeigen Sie, dass die Gerade *g*: $\vec{x}=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}+\alpha\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$ mit $\alpha \in \mathbb{R}$ parallel zu *E* verläuft und nicht in *E* enthalten ist. Berechnen Sie den Abstand von *g* und *E*.

c) P sei ein beliebiger Punkt der Geraden *g* aus Teilaufgabe b). Die Punkte A, B und P bilden ein Dreieck. Im Folgenden wird ein Vorgehen vorgeschlagen, mit dem ermittelt werden soll, für welchen Punkt P der Flächeninhalt des Dreiecks ABP minimal wird:

A und B liegen auf einer Geraden *h*. Da die Gerade *g* parallel zur Ebene *E* verläuft, ist ihr Abstand zur Geraden *h* konstant. Dieser Abstand entspricht der Höhe des Dreiecks ABP bzgl. der Seite $\overline{AB}$. Damit ist der Flächeninhalt des Dreiecks ABP für alle Geradenpunkte P gleich, d. h. für jeden Punkt P minimal.

Begründen Sie, warum das vorgeschlagene Vorgehen die genannte Problemstellung nicht löst.

d) Bestimmen Sie den Punkt P, für den das Dreieck ABP (s. Teilaufgabe c)) einen minimalen Flächeninhalt hat. Berechnen Sie diesen Flächeninhalt.