Im Folgenden werden wir versuchen, die Ableitungsfunktionen der Funktionen $p_n (n \in \mathbb{N})$ mit $p_n(x) = x^n$ zu bestimmen.

Für p_2, also $p_2(x) = x^2$, haben wir das bereits getan, und zwar so:

Für alle reellen Zahlen *x, h* mit $h \neq 0$ gilt:

$$\frac{p_2(x+h) - p_2(x)}{h} = \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = \frac{2xh + h^2}{h} = 2x + h$$

Also haben wir für die Ableitung von p_2 an der Stelle x erhalten:

$$p'_2(x) = \lim_{h \to 0} \frac{p_2(x+h) - p_2(x)}{h} = \lim_{h \to 0} (2x + h) = 2x$$

– Finden Sie auf die gleiche Art die Ableitungsfunktion p'_n für andere natürliche Zahlen n heraus. Fangen Sie mit einzelnen Zahlen an ($n = 3, 4, \ldots$). Formulieren Sie Vermutungen, wie es weitergehen könnte.
– Kann man p_n auch mithilfe der uns bekannten Ableitungsregeln bestimmen? Gehen Sie auch hier Schritt für Schritt vor (nacheinander $n = 3, 4, \ldots$).